У КНИГОПРОДАВЦА САЛАЕВА,

ВЪ МОСКВѢ, НА НИКОЛЬСКОЙ УЛИЦѢ,

продаются учебныя книги собственнаго изданія:

Соколова, придворнаго Священника, краткая Священная исторія ветхаго и новаго завѣта, съ приложеніемъ вида Палестины, печатаннаго въ три тона, и 28 рисунковъ въ текстѣ, гравированныхъ на деревѣ Куренковымъ. Въ историческихъ разсказахъ, заключается: объясненіе Сумвола Вѣры, Заповѣдей Десятословія, Заповѣдей блаженства, Молитвы Господней, нѣкоторыхъ повседневныхъ Молитвъ, и праздничныхъ тропарей. Спб. 1866 года; цѣна 50 к.

Давидова, Профессора Московскаго Университета, Элементарная Геометрія въ объемѣ гимназическаго курса, съ политипажами. Изд. 3-е. М. 1866 г. ц. 1 р. 15 к.

Григорьева, преподавателя въ 1-й Московск. Гимназіи, Руководство къ Ботаникѣ съ 517 политипажами въ текстѣ. Изд. 4-е. М. 1866 года; цѣна 3 р.

В. Григорьева преподавателя Естественныхъ наукъ въ 1-й Московской Гимназіи, Краткая Ботаника Курсъ гимназическій, большой томъ съ политипажами. М. 1865 г. цѣна 2 р.

Григорьева, преподавателя въ 1-й Московск. Гимназіи, Элементарный Курсъ естественной Исторіи Зоологія, съ 206 политипаж. Изд. 3-е. М. 1864 г. ц. 1 р. 50 к.

Паульсона, Книга для чтенія и практическихъ упражненій въ Русскомъ языкѣ, учебное пособіе для народныхъ училищъ, одобренное ученымъ Комитетомъ главнаго правленія училищъ. Стереотипное изд. сто двадцатая тысяча. С.-П-бургъ. 1865 г. цѣна 45 к.

Басистова, Для чтенія и разсказа Хрестоматія для употребленія при первоначальномъ преодаваніи Русскаго языка. Изд. 5-е. М. 1866 г. ц. 75 к.

Иванова, Русская Грамматика. Изд. 12-е. Спб. 1864 г. ц. 50 к. Книга сія одобрена Совѣтомъ Императорскаго Училища Правовѣдѣнія и принята за руководство къ преподаванію въ этомъ заведеніи.

Востокова, Сокращенная Русская Грамматика, напечатанная съ изданія Департамента народнаго просвѣщенія. М. 1864 г. ц. 10 к., въ корешкѣ 14 к.

Даніеля, Краткій учебникъ Географіи; перевелъ съ Нѣмецкаго Корсакъ. Изд. 2-е, исправленное и дополненное. М. 1865 года; цѣна 60 к.

Руководство къ Ариѳметикѣ, напечатанное съ изданія Департамента народнаго просвѣщенія для употребленія въ уѣздн. учил. отд. 1-й. М. 1865 г. ц. 6 к. въ кореш. 10 к.

Руководство къ Ариѳметикѣ, напечатанное съ изданія Департамента народнаго просвѣщенія для употребленія въ уѣздн. учил., отд. 2-й. М. 1864 г. ц. 12 к., въ кореш. 18 к.

Собраніе Ариѳметическихъ задачъ, расположенное по руководству къ Ариѳметикѣ, составленному для уѣздныхъ училищъ, напечатанное съ изданія Департамента народнаго просвѣщенія. М. 1865 г. ц. 12 к., въ корешкѣ 18 к.

Ѳ. Буссе, Основаніе Геометріи, руководство, составленное для Гимназій, по порученію Министерства народнаго просвѣщенія. Изд. 3-е. М. 1865 г. ц. въ корешкѣ 45 к.

Руководство къ Элементарной Геометріи для употребленія въ уѣздныхъ училищахъ. Изд. 6-е. М. 1864 г. ц. въ корешкѣ 27 к.

Беллавеня, Алгебра; переводъ Погорѣльскаго. Изд. 8-е. Москва. 1864 года; цѣна 70 к.

Беллавеня, Геометрія; переводъ Погорѣльскаго. Изд. 5-е. М. 1860 г., цѣна 80 к.

СОБРАНІЕ ФИЗИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ.

СОБРАНІЕ

ФИЗИЧЕСКИХЪ ЗАДАЧЪ

ДЛЯ ГИМНАЗІЙ.

СОСТАВИЛЪ

А. МАЛИНИНЪ,

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ МОСКОВСКОЙ 4-Й ГИМНАЗІИ

МОСКВА.

ИЗДАНІЕ БРАТЬЕВЪ САЛАЕВЫХЪ.

1866.

Дозволено Цензурой. Москва, 22 Іюля 1866 года

ТИПОГРАФІЯ С. ОРЛОВА, НИКИТСКАЯ УЛ., Д. ЧЕРНЕВОЙ.



ПРЕДИСЛОВІЕ.

Рѣшеніе задачъ составляетъ одно изъ самыхъ необходимыхъ условій успѣшнаго изученія Физики. Только тогда учащійся ясно и сознательно понимаетъ какое нибудь положеніе науки, какой нибудь физическій законъ; только тогда знанія его самостоятельны, когда онъ съумѣетъ приложить ихъ къ рѣшенію практическаго вопроса. Бывшій въ Москвѣ въ прошедшемъ году съѣздъ преподавателей Физики въ Гимназіяхъ Московскаго Округа пришелъ къ убѣжденію, что одно только теоретическое преподаваніе Физики не приноситъ желаемой пользы; что необходимо упражнять учениковъ въ рѣшеніи задачъ, и что, въ случаѣ недостатка времени, лучше сократить теоретическое изложеніе, даже вовсе выпустить какую нибудь главу, проходя преимущественно и съ особымъ вниманіемъ тѣ статьи, которыя допускаютъ много задачъ, рѣшаемыхъ помощью вычисленія. Въ предлагаемомъ сборникѣ задачи расположены въ томъ порядкѣ, какой принятъ въ учебникѣ Ленца, такъ какъ этотъ учебникъ, при всѣхъ его недостаткахъ, до сихъ поръ у насъ все-таки единственный; впрочемъ, при составленіи задачъ, я старался о томъ, чтобы онѣ безъ затрудненія могли

быть употребляемы и при преподаваніи Физики по плану, выработанному на съѣздѣ (см. № X циркуляра по управленію Московскимъ учебнымъ Округомъ за 1866 годъ; подобный планъ принятъ и въ Военныхъ Гимназіяхъ, какъ видно изъ № III Педагогическаго сборника за 1866 г.); такъ, въ статьяхъ о силахъ и простыхъ машинахъ, также и о равномѣрномъ движеніи нѣкоторыя задачи могутъ быть рѣшаемы въ пятомъ классѣ; другія же, требующія знанія Тригонометріи, только въ шестомъ. Мѣры въ задачахъ я употреблялъ русскія и метрическія, притомъ нерѣдко смѣшанно, чтобы воспитанники пріучались приводить ихъ къ одной системѣ, что̀ иногда забывается. Что касается до расположенія задачъ въ каждой главѣ, то я обыкновенно помѣщалъ сперва задачу въ общемъ видѣ, а потомъ подобныя ей въ числахъ. Къ нѣкоторымъ задачамъ приложены подробныя рѣшенія; въ другихъ указанъ ходъ разсужденій. по которымъ ученики сами доходятъ до рѣшенія задачи; въ третьихъ помѣщены только одни результаты; наконецъ, четвертыя оставлены вовсе безъ рѣшеній. Всѣ задачи, требующія геометрическихъ построеній, (исключая только одной) оставлены безъ чертежей; по моему мнѣнію гораздо полезнѣе, если ученикъ самъ сдѣлаетъ чертежъ, соображаясь съ тѣмъ, что̀ онъ прочтетъ въ текстѣ задачи и ея рѣшенія; такой пріемъ, какъ я убѣдился на опытѣ, очень удобенъ и не затрудняетъ учащихся.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

I.

Равномѣрное движенiе.

Прим. Равномѣрнымъ движенiемъ называется такое, когда тѣло въ равныя, произвольно выбранныя, времена проходитъ равныя пространства. Скоростью называется пространство, проходимое тѣломъ въ одну секунду.

1. Означая t время, s—пространство, v—скорость равномѣрнаго движенiя, по двумъ даннымъ изъ этихъ количествъ найти третье.

Отв. $s = vt$; $v = \frac{s}{t}$; $t = \frac{s}{v}$.

2. Поѣздъ прошелъ 63 версты въ 1 часъ 15 минутъ. Найти его скорость. *От.* 7 саж.

3. Сравнить скорости двухъ тѣлъ, изъ которыхъ одно прошло 120 километ. 750 мет. въ 1 ч. 20′30″, а другое 28 верс. 285 с. $2^1/_7$ ар. въ 50 мин. *От.* Отношенiе скоростей=2,45.

Прим. Метръ=одной десятимиллiонной долѣ четверти Парижскаго меридiана; 1 м.=1,4 арш , 1 километръ=1000 м.=1400 ар. При рѣшенiи задачъ, гдѣ входятъ мѣры, хотя однородныя, но различныхъ системъ, напр. метры и футы, должно приводить ихъ къ одной единицѣ т. е. или метры обращать въ арш. и въ футы или на оборотъ.

4. Сколько верстъ пройдетъ въ полтора часа тѣло, движущееся со скоростью 12,45 мет.? *От.* 62 в. 374 с.

5. Тѣло прошло 6 верстъ 266 с 2 ар. въ 2 ч. 40′; сколько килом. оно пройдетъ въ 3 ч. 28′? *От.* 8,225.

6. Во сколько времени тѣло, движущееся со скоростью 18,3 мет., пройдетъ 61 вер. 244 саж? *От.* Въ часъ.

7. Два тѣла, находящіяся первоначально одно отъ другаго на разстояніи a, движутся на встрѣчу со скоростями c и c_1 Черезъ сколько времени онѣ встрѣтятся? *От.* $\frac{a}{c+c_1}$.

8. Рѣшить зад. 7, полагая, что тѣла движутся въ одну сторону. *От.* $\frac{a}{c-c_1}$.

9. Тѣло движется со скоростью v. Съ какой скор. должно двигаться другое тѣло, выходящее изъ того же мѣста t'' позже, чтобъ догнать первое чрезъ t_1''? *От.* $\frac{v(t+t_1)}{t_1}$.

10 Въ теченіе t'' тѣло движется со скор. v, въ теченіе t_1'' со скор. v_1. Какова должна быть однообразная скор., чтобъ тѣло въ тоже время прошло тоже пространство? *От.* $\frac{vt+v_1t_1}{t+t_1}$

11. Локомотивъ прошелъ 34 вер. 287 с. $^3/_5$ ар. въ 1 ч. 8′ 36″; пароходъ 55 в. 382 с. 2,8 ф. въ 2 ч. 45′ 58″; лошадь пробѣжала 990 метр. въ 5′ 30″. Сравнить ихъ скорости. *От.* Отн. скор. 3: 2: 1.

12. Рѣшить зад. 10, полагая $t=10''$,5; $v=26,6$ ар.; $t_1=8^1/_2$; $v_1=57$ мет. *От.* 36 м.

13. Изъ одного мѣста движется тѣло со скор. v; спустя t'' изъ того же мѣста выходитъ другое тѣло и движется въ ту же сторону со скор. v_1. Черезъ сколько времени и на какомъ разст. отъ начала движенія оно догонитъ первое? *От.* $\frac{vt}{v_1-v}$ сек.; $\frac{vv_1t}{v_1-v}$.

14. Рѣшить зад. 13, полагая $v=14,4$; $t=10''$; $v_1=23^2/_5$ ф. *От.* 16″ и 374, 4 ф.

15. Два тѣла, находясь на разстояніи a, движутся другъ другу на встрѣчу; отношеніе скоростей ихъ $m:n$; первое имѣетъ скорость c и начинаетъ движеніе t'' прежде втораго. Какое

разст. пройдетъ оно до встрѣчи со 2–мъ? *Рѣш.* Означивъ x число сек., въ теченіе которыхъ двигалось первое тѣло, изъ ур. $cx+\frac{nc}{m}(x-t)=a$ опредѣлимъ $cx=\frac{am+nct}{m+n}$.

16. Рѣшить зад. 15, полагая $a=300$ верс., $c=64\frac{24}{109}$ фута, $\frac{m}{n}=\frac{200}{109}$; $t=\frac{1}{4}$ часа. *От.* 200 верстъ.

17. Паровозъ доходитъ отъ Москвы до Рязани въ 6 час. 10 мин.; средняя скорость его=8, 6 м. Сколько верстъ между этими городами? *От.* 178 в. 96 с.

18. Тѣло въ 36′ 38″ прошло окружность круга рад. 2000 м. Опредѣлить его скорость въ футахъ. *От.* Простр. $=2\pi r$; раздѣливъ на время и обративъ въ футы, найдемъ $18^2/_3$ ф.

19. Опредѣлить діам. жернова, который бы дѣлалъ въ полминуты 100 оборотовъ, вращаясь со скор. 62, 8 ф. *От.* Изъ ур. $\frac{2\pi r.\,100}{30}=62,8$ найдемъ $2r=6$ ф.

20. Сколько разъ въ минуту обернется колесо 18 ф. въ діаметрѣ, если скор. его 37, 68 ф.? *От.* 40.

21. Сколько градусовъ пройдетъ въ t'' тѣло, движущееся по окруж. рад. r со скор. v? *От.* Изъ пропор. $\frac{x}{360^0}=\frac{vt}{2\pi r}$ найдемъ $x=\frac{vt.\,180^0}{\pi r}$.

22. Рѣшить зад. 21, полагая $t=15''$, 7; $r=78,75$ ф.; $v=1^1/_2$ ар. *От.* 40°.

23. Сравнить скорости двухъ тѣлъ, изъ которыхъ одно въ t'' прошло n^0 на кругѣ радіуса r, а другое въ t_1'' прошло n_1^0 на кругѣ рад. r_1. *От.* $\frac{rnt_1}{r_1n_1t}$.

24. Рѣшить зад. 23, полагая $t=5'\ 18''$; $t_1=28^1/_2'$; $n=54^047'\ 6''$; $n_1=18^0\ 15'\ 42''$; $r=23,44$ ф., $r_1=11,72$ ф. *От.* 30.

25. Опредѣлить разстояніе отъ земли до солнца, зная, что годичное движеніе земли совершается въ 365 д. 5 ч. 48 м. 48 сек. съ средней скоростью 28 верстъ и предполагая орбиту земли кругомъ. *От.* 20099954 геогр. миль.

26. Луна находится отъ земли на разстояніи 59, 72 земныхъ радіусовъ и обращается около нея по кругу въ 29 д. 12 ч. 44 м. 2, 8 с. Найти ея среднюю скорость. Рад. земли=858 геогр. миль. *От.* 441, 4 саж.

27. Сколько градусовъ, мин., сек. проходитъ земля въ недѣлю, двигаясь около солнца? *От.* 6° 54′ 1″.

28. Съ какой скоростью движется каждая точка экватора вслѣдствіе суточнаго движенія земли? Рад. экв.=20 милліонамъ фут. *От.* 207 с. 4, 7 ф.

29. На какой уголъ отклоняется каждая точка земной поверхности въ теченіе 2 час. 30′ 20″ (отъ суточнаго вращенія)? *От.* 37° 35′.

30. Сколько миль пройдетъ точка земной поверхности, лежащая подъ широтой φ въ n часовъ (отъ суточнаго вращенія)? *Рѣш.* $\frac{2\pi rn}{24}$, гдѣ r—радіусъ параллели, находящейся подъ широтой φ; $r=R\,\mathrm{cs}\varphi$, а потому искомое пространство= $\frac{\pi Rn\,\mathrm{cs}\varphi}{12}=\frac{\pi n\,\mathrm{cs}\varphi}{12}$. 858 миль.

31. Сколько верстъ пройдутъ Москва и Кіевъ въ 8 ч. 45′? Широты ихъ 55° 45′ и 50° 27′. *От.* 7743, 3 и 8761, 2.

32. Сравнить скор. Петербурга и Одессы. Шир. 59° 57′ и 46° 29′. *От.* Отн. скор =отн. cos. шир.=0, 7272 (почти $^3/_4$).

33. На какой широтѣ находится мѣсто, движущееся вдвое медленнѣе Москвы? *От.* $\mathrm{cs}x=\frac{1}{2}\,\mathrm{cs}\,55°\,45'$; $x=73°\,39'\,21''$

34. Опредѣлить широту мѣста, которое въ t'' проходитъ такое же пространство, какое проходитъ въ t_1'' мѣсто, лежащее подъ шир. φ. *От.* $\mathrm{cs}x=\frac{t_1\,\mathrm{cs}\varphi}{t}$.

35 Во сколько времени Кола (шир. 68° 53′) проходитъ 161, 85 миль? *От.* 2 часа.

36 Подъ какой широтой находится мѣсто, проходящее въ 5 ч. 45′ 7″ тоже пространство, какое Архангельскъ (шир. 64° 34′) проходитъ въ 10 часовъ? *От.* 41° 42′ (въ Россіи—Тифлисъ).

37. Рѣшить зад. 23, полагая $t=20'\,15''$; $t_1=2$ ч. $1\frac{1}{2}$ м.; $r=29$, 4 ф.; $r_1=18$ м.; $n=49°\,15'$; $n_1=147°\,45'$. *От.* Скор. равны.

38. Рѣшить зад. 10, полагая $v=10$ ф.; $v_1=15$ ф.; $t=6''$; $t_1=9''$. *От.* 13 ф.

II.

Сложеніе и разложеніе силъ. Рычагъ. Блокъ. Воротъ. Наклонная плоскость.

Прим. 1. Силой называется всякая причина, способная привести тѣло въ движеніе, или измѣнить движеніе, которое тѣло уже имѣетъ. Чтобъ вполнѣ опредѣлить силу, нужно знать ея направленіе, величину и точку приложенія. Силы измѣряются по производимому ими натяженію на динамометрѣ и сравниваются съ вѣсомъ. За единицу вѣса мы будемъ принимать русской фунтъ и килограммъ, равный 2, 4 ф.; килограммъ содержитъ тысячу граммовъ, а граммъ есть вѣсъ одного кубическаго центиметра перегнанной воды при температурѣ, когда она имѣетъ наибольшую плотность (3⁰, 2 R).

Прим. 2. Во всѣхъ задачахъ на простыя машины треніе и вообще вредныя сопротивленія, а равно и вѣсъ машины не принимаются во вниманіе; рычагъ же предполагается всегда прямолинейнымъ, и если онъ поставленъ въ задачѣ безъ означенія рода, то это значитъ, что точка опоры находится между точками приложенія силъ, т. е. что рычагъ перваго рода.

39. На точку дѣйствуютъ силы p, p_1, p_2, по одному направленію и въ одну сторону Опредѣлить направленіе и величину равнодѣйствующей. *От.* Направленіе тоже, величина $p+p_1+p_2$.

40. На точку дѣйствуютъ силы p, p_1, p_2 и q, q_1, q_2 по одному направленію, но три послѣднія въ сторону, противную тремъ первымъ. Найти направленіе и величину равнодѣйствующей. *От.* Величина опредѣлится, вычтя сумму $p+p_1+p_2$ изъ $q+q_1+q_2$ или обратно, смотря потому, какая изъ этихъ суммъ больше; направленіе будетъ тоже, но въ сторону большей суммы.

41. На точку дѣйствуютъ силы; 13, 6 пуд., 29, 34 ф. и 1 п 4, 3 ф. съ лѣвой стороны; 24, 5 п. и 13, 64 ф. съ

правой стороны, но по тому же направленію. Найти равнод. *От.* Направ. справа; велич. 9 п. 16 ф.

42. Силу 200 ф. разложить на двѣ, направленныя въ одну сторону, которыхъ отношеніе=3: 5. *От.* 75 и 125 ф.

43. Силу 50 кгр. разложить на двѣ, дѣйствующія по одному направленію, но въ разныя стороны, такъ чтобъ отношеніе составляющихъ=3: 5. *От.* 125 и 75.

44. Силу 1200 кгр. замѣнить 5-ю, дѣйствующими по тому же направленію и въ туже сторону, такъ чтобъ отношеніе ихъ было 1: 2: 3: 4: 5. *От.* 80, 160....

45. Силу 280 ф. разложить на четыре, дѣйствующія по тому же направленію и въ туже сторону, чтобъ ихъ отнош. было 1: 3: 3^2: 3^3. *От.* 7....

46. Къ точкѣ приложены силы p и p_1 въ одну сторону и q и q_1 въ противную стор.; въ первомъ направленіи должно прибавить силу x, а во второмъ nx, и тогда равнодѣйствующая=0. Опредѣлить x. *Рѣш.* По условіямъ зад. имѣемъ ур. $p+p_1+x=q+q_1+nx$, откуда $x=\dfrac{p+p_1-(q+q_1)}{n-1}$.

47. На точку дѣйствуютъ силы p и p_1 съ одной, q и q_1 съ другой стороны по тому же направленію; какую силу x должно отнять отъ первыхъ и придать ко вторымъ, чтобъ было равновѣсіе? *От.* $x=\dfrac{(p+p_1)-(q+q_1)}{2}$.

48. На точку дѣйствуютъ силы 21 и 41, 4 п. по противнымъ направленіямъ; когда къ первой приложили силу x, а ко второй y, то сумма силъ сдѣлалась 4440 ф. и вся система была въ равновѣсіи. Найти x и y. *От.* 34, 5 п.; 14. 1 п.

49. Силы 400, 110 и 140 п. дѣйствуютъ на точку съ правой стороны, а 80, 90, 50, 60 п. съ лѣвой (по тому же направ.). Какова должна быть сила x, чтобъ, приложивъ ее справа, а $6x$ слѣва, получить равнод =0. *От.* 74 п.

50 На точку дѣйствуютъ силы $183\frac{1}{2}$ ф, $16\frac{3}{4}$ п., 50 кгр. съ одной и 36, 4 п., 45, 5 кгр. и 75, 6 кгр съ другой стороны. Какую силу x должно придать къ первымъ и отнять отъ вторыхъ, чтобъ было равновѣсіе? *От.* 386, 57 ф.

51. На точку дѣйствуютъ силы p и q подъ прямымъ угломъ; опредѣлить равнодѣйствующую. *От.* Діагональ прямоугольника, построеннаго на этихъ силахъ$=\sqrt{p^2+q^2}$.

52. На точку дѣйствуютъ силы, выраженныя линіями a и b, подъ даннымъ угломъ; построить равнодѣйст. *Рѣш.* На сторонахъ даннаго угла откладываемъ отъ вершины A линіи AB и AC, равныя a и b; изъ B проводимъ параллель къ AC, а изъ C—параллель къ AB; точку пересѣченія D этихъ параллелей соединяемъ съ A: DA будетъ равнодѣйствующая.

53. На точку A дѣйствуютъ силы въ 3 и 5 п. подъ угломъ 60°; опредѣлить графически величину равнодѣйствующей. *Рѣш.* Начертивъ уг. 60°, откладываемъ отъ вершины на сторонахъ линіи, равныя 3 и 5 произвольнымъ линіямъ, и строимъ параллелограммъ (зад. 52); смѣривъ діагональ тѣмъ же масштабомъ, найдемъ ее=приблизительно 7.

54. На точку дѣйствуютъ силы въ 3 и 6 ф. подъ угломъ 135°. Найти графически равнод *От.* почти $4^1/_2$ (4, 4).

55. На точку A дѣйствуютъ четыре силы, выраженныя линіями a, b, c, d, образуя между собой послѣдовательно уг. 25°, 20°, 15° и 40°. Построить равнодѣйствующую. (*) *Рѣш.* Изъ A проводимъ четыре линіи такъ, чтобы онѣ составили между собой данные углы; потомъ откладываемъ на нихъ части AM$=a$, AN$=b$, AP$=c$, AR$=d$; строимъ парал—мъ на AM и AN и проводимъ діагональ его AS; потомъ строимъ пар—мъ на AS и AP; наконецъ на діагонали новаго пар—ма и AR; діагональ послѣдняго пар—ма будетъ равнодѣйствующая.

56. Вычислить величину равнодѣйствующей силъ 5, 3 4, 5 п., дѣйствующихъ на точку такъ, что двѣ первыя составляютъ уг. 30°; уг. 3-й и 2-й=90°, 4-й и 3-й=60°. *Рѣш.* Сумма всѣхъ уг.=180°; слѣд. 1-я и 4-я силы дѣйствуютъ по одному направленію, но въ разныя стороны, и потому уничтожаютъ одна другую, и задача приводится къ опредѣленію равнодѣйствующей силъ 3 и 4 п. подъ уг. 90°; она=5 п.

(*) Въ этой и подобныхъ задачахъ предполагается, что силы дѣйствуютъ въ одной плоскости.

57. Разложить данную силу на двѣ подъ какимъ нибудь угломъ. *Рѣш.* Взявъ линію AB, представляющую данную силу, проведемъ изъ A двѣ произвольныя прямыя, а изъ B имъ параллельныя; получимъ пар—мъ, котораго стороны AD и AC будутъ составляющія. Задача неопредѣленная.

58. Разложить силу a на двѣ подъ уг. 40°.

Рѣш. Взявъ AB $= a$, изъ A проводимъ прямую подъ угломъ съ AB $<$ 40°, и другую прямую подъ уг. 40° къ первой и т. д. Задача неопредѣленная.

59. Разложить силу a на двѣ подъ угл. 30°.

60. Силы 24 и 32 ф. дѣйствуютъ на точку подъ прямымъ угломъ. Вычислить равнодѣйствующую. *От.* 1 п.

61. Опредѣлить равнодѣйствующую силъ 21 п. и 28 п., дѣйствующихъ на точку подъ уг. 90°. *От.* 35 п.

62. Двѣ силы, равныя каждая a, дѣйствуютъ на точку подъ уг. прямымъ. Опредѣлить равнодѣйст. *От.* $a\sqrt{2}$.

63. Три силы, равныя каждая a, дѣйствуютъ на точку, составляя между собой прямые углы. Найти величину равнодѣйст. *От.* a.

64. Четыре силы, равныя каждая a, дѣйствуютъ на точку, образуя между собой послѣдовательно уг. 90°. Найти равнодѣйств. *От.* 0.

65. Шесть силъ, равныхъ каждая a, дѣйствуютъ на точку, образуя между собой послѣдовательно уг. 90°. Найти равнодѣйств. *От.* $a\sqrt{2}$

66. Разложить данную силу на три, четыре и т. д. подъ произвольными углами.

Рѣш. Разложивъ силу на двѣ (зад. 57), каждую составляющую можно опять разложить на двѣ и т. д. Задача неопредѣленная.

67. Сила a разложена на двѣ подъ прямымъ уг., такъ что разность составляющихъ $= b$. Найти величины ихъ. *Рѣш.* Имѣ-

емъ прямоугольный треугольникъ, въ которомъ гипотенуза a, катеты x и $x-b$; по Пиѳагоровой теоремѣ найдемъ величины составляющихъ $\frac{\pm b \pm \sqrt{2a^2-b^2}}{2}$.

68. 12 равныхъ силъ дѣйствуютъ на точку, составляя между собой послѣдовательно углы въ 45°. Найти равнодѣйств. *От.* $a\sqrt{2(2+\sqrt{2})}$.

69. Сила a разложена на двѣ, равныя между собой. Опредѣлить уголъ между ними; уголъ каждой изъ нихъ съ a и величину ихъ. *От.* 90°, 45°, $\frac{a}{\sqrt{2}}$.

70. Сила a разложена на двѣ, равныя $\frac{a}{2}$. Найти уголъ ихъ. *От.* 0.

71. Силу a разложить на двѣ, равныя $\frac{a}{3}$ и $\frac{a}{5}$ и найти уголъ между ними. *От.* Такое разложеніе невозможно.

72. Опредѣлить углы, образуемые равнодѣйствующей r съ составляющими p и q, дѣйствующими на точку подъ угломъ прямымъ. *От.* $tg(p,r)=\frac{q}{p}$.

73. Опредѣлить углы, образуемые равнодѣйствующей съ составляющими 3 п. и 4 п., дѣйствующими подъ угломъ 90°. *От.* 36° 52′ 12″.

74. Сила r разложена на двѣ подъ угломъ 90°; одна изъ составляющихъ образуетъ съ r уг. a; найти величины составляющихъ. *От.* $r$sn$a$ и $r$cs$a$.

75. Двѣ силы, которыхъ отношеніе 3 : 5, дѣйствуютъ на точку подъ прямымъ уг. Найти углы, которые онѣ дѣлаютъ съ равнод. *От.* 30° 58′.

76. Сила p разложена на двѣ подъ уг. 90°; одна изъ составляющихъ $=q$. Найти углы, образуемые равнодѣйствующей съ составляющими. *От.* cs $(p,q)=\frac{q}{p}$.

77. Силу p разложить на двѣ подъ прямымъ угломъ, такъ чтобъ ихъ отношеніе $= m : n$. Найти величины составляющихъ. *От.* $\frac{mp}{\sqrt{m^2+n^2}}$ и $\frac{np}{\sqrt{m^2+n^2}}$.

78. Сила 5, 34 п. разложена на двѣ x и y; углы, образуемые составляющими съ равнодѣйствующей, 40° и 50°. Найти x и y *От.* 4,0908 и 3,4325 п.

79. Опредѣлить величину и направленіе равнодѣйствующей силъ p и q, которыхъ уголъ $= a$. *Рѣш.* Должно рѣшить треугольникъ по двумъ сторонамъ p и q и углу $180° - a$ между ними. (См. Тригонометрію Малинина § 48 — 2).

80. Двѣ силы, равныя каждая p, дѣйствуютъ на точку подъ уг. a Найти направленіе и величину равнодѣйствующей. *От.* Равнод. дѣлитъ a пополамъ и $= 2\,p$cs$\frac{a}{2}$.

81. Двѣ силы, по 124 ф. каждая, дѣйствуютъ подъ уг. 40°. Найти величину равнодѣйствующей. *От.* 233,04.

82. Равнодѣйствующая двухъ силъ, каждая по 13,75 п., есть 18,347 п. Найти уголъ составляющихъ. *От.* 96° 18′.

83. Силу 200 ф. разложить на двѣ, которыя бы составили съ данной углы 67° и 23°. *От.* 78, 15 и 184, 1 ф.

84. Найти величину и направленіе равнодѣйствующей силъ 365,9 и 238,5 ф., дѣйствующихъ подъ угломъ 130°. *От.* 277, 6 ф; углы, которые дѣлаетъ равнод. съ составл.=89° 19′ 30″ и 40° 40′ 30″.

85. Опредѣлить величину и направленіе равнодѣйствующей силъ 23, 56 и 47, 59 ф., дѣйствующихъ подъ уг. 76°42′. *От.* 57, 76 ф.; 23°23′22″ и 53°18′38″

86. Силы p и p_1 дѣйствуютъ на концы негибкой прямой a по направленіямъ параллельнымъ и въ одну сторону. Найти величину, направленіе и точку приложенія равнодѣйствующей. *От.* Направленіе параллельно слагающимъ; величина $p+p_1$; разстояніе точки приложенія равнодѣйствующей отъ точки приложенія p, по теоремѣ о параллельныхъ силахъ, опредѣлится изъ уравненія $px = p_1(a-x)$, откуда $x=\frac{ap_1}{p+p_1}$.

87. Двѣ параллельныя силы, дѣйствуя въ одну сторону на концы прямой a, даютъ равнодѣйствующую, проходящую на разст. b отъ точки приложенія одной изъ нихъ. Опредѣлить отношеніе силъ. *Рѣш.* Называя отношеніе m, имѣемъ $pb = mp(a-b)$, откуда $m = \frac{b}{a-b}$.

88. Опредѣлить длину линіи, на которую дѣйствуютъ въ одну сторону параллельныя силы p и p_1, если точка приложенія равнодѣйств. находится на разст. a отъ силы p. *Рѣш.* Изъ ур. $ap = p_1(x-a)$ найдемъ $x = \frac{a(p+p_1)}{p_1}$.

89. Два носильщика несутъ на шестѣ грузъ; отнош. силъ ихъ $= 3:5$. Гдѣ должно повѣсить грузъ, чтобъ они оба были обременены одинаково? *Рѣш.* Раздѣлить шестъ на восемь равныхъ частей и помѣстить грузъ на разстояніи трехъ отъ сильнѣйшаго.

90. Сила p разложена на двѣ паралл., такъ что одна въ m разъ болѣе другой и разстояніе ихъ точекъ прил $= a$. Опредѣлить точки прил. *От.* Большая сила на разст. $\frac{a}{m+1}$; меньшая — $\frac{am}{m+1}$.

91. Сила p разложена на двѣ параллельныя, дѣйствующія въ одну сторону; отн. ихъ$=m:n$; разстояніе ихъ точекъ прил.$=a$. Опредѣлить точки прил. *От.* $\frac{an}{m+n}$ и $\frac{am}{m+n}$.

92. На шестѣ AB, укрѣпленномъ въ A и B, въ точкѣ C повѣшено 10 пуд; AC : BC = 2 : 3. Опредѣлить давленіе на A и B. *От.* 6 и 4 п.

93. На треножномъ столѣ ABC въ D лежитъ 20 п; найти давленіе на каждую ножку, если, проведя BD до встрѣчи съ AC въ E, имѣемъ 2 AE = EC и DE = $^1/_3$ BD. *Рѣш.* Разложивъ 20 п. на двѣ парал. силы, дѣйств. въ B и E, потомъ силу въ E разложивъ на двѣ въ A и C, найдемъ давленіе на A = 10, на B = 5, на C = 5 п.

94. На концы линіи, въ 150 дюйм. длиною, дѣйств. въ одну сторону параллельныя силы 34 и 41 п. Найти точку прил. равнод. *От.* На 82 д. отъ меньшей.

95. На концы рычага дѣйствуютъ параллельныя силы 45, 75 и $15^1/_4$ ф. Рычагъ въ равновѣсіи. Найти отношеніе плечъ. *От.* Называя отн. m, имѣемъ $15,25x = 45,75.mx$, откуда $m = {}^1/_3$.

96. Грузъ въ 200 п. повѣшенъ на балкѣ, концы которой подперты; точка, въ которой виситъ грузъ, находится на $^1/_4$ балки. Опредѣлить давленіе на концы.

97. Грузы въ 6 и 9 ф. уравновѣшиваются на рычагѣ въ 10 ф. длины. Найти точку опоры. *От.* на 4 ф. отъ большаго.

98. Грузъ, помѣщенный на одномъ концѣ рычага, уравновѣшивается m единицами вѣса, помѣщенными на другомъ. Перемѣстивъ грузъ на другой конецъ, видимъ, что для равновѣсія нужно помѣстить на первомъ n единицъ. Сравнить длину плечъ. *Рѣш.* Назвавъ грузъ a, отношеніе плечъ k, получимъ $k = \sqrt{\frac{m}{n}}$.

99. При условіяхъ предъидущей задачи найти величину груза a. *От.* $a = \sqrt{mn}$.

100. Давленіе на точку опоры рычага $= a$; одинъ изъ грузовъ $= p$, и разстояніе его отъ точки опоры $= b$. Рычагъ въ равновѣсіи. Найти другой грузъ и длину рычага. *Отв.* $a - p$ и $\frac{ap}{a-p}$

101. Опредѣлить давленіе, производимое колесомъ въ 1200 ф. вѣсу на подушки оси, полагая, что центръ колеса дѣлитъ ось на части, которыхъ отношеніе = 8 : 3. *От.* 327,27 и 872,73 ф.

102. На концы прямой a дѣйствуютъ параллельныя силы p и p_1 въ разныя стороны. Опредѣлить величину, направленіе и точку приложенія равнодѣйствующей. *Отв.* Направленіе параллельно даннымъ и въ сторону большей силы; величина $p_1 - p$, если $p_1 > p$; точка прилож. опредѣлится по ур. $p_1 x =$

$= p(a + x)$, гдѣ x есть разстояніе равнодѣйст. отъ большей силы p_1.

103. Рѣшить зад. 102, полагая $a = 8$ ф; $p = 63,45$ и $p_1 = 89,4$ п. *От*. 25,95 п. и 19,58 ф.

104. Рѣшить зад. 102, если $a = 11$ ф; $p = 14,68$; $p_1 = 73,5$ ф. *От*. 58,82 и 2,75.

105. Рѣшить зад. 102, полагая $a = 3$ ф; $p = 44,5$ кгр., $p_1 = 6,75$ п. *От*. 4,092 п. и 1,947 ф.

106. Рѣшить зад. 102, если $p = p_1$. *Отв*. Равнод. = 0; точка приложенія ея въ безконечности. Такую систему силъ нельзя удержать въ равновѣсіи; она наз. *парою силъ*.

107. Давленіе на точку опоры рычага $= a$; разстояніе ея отъ одного конца $= \frac{1}{n}$ длины рычага. Найти величины грузовъ. *Рѣш*. Величины грузовъ обратно пропорціональны плечамъ; поэтому найдемъ грузы $\frac{a}{n}$ и $\frac{a(n-1)}{n}$.

108. Давленіе на точку опоры рычага $= a$; разстояніе ея отъ средины $= \frac{1}{n}$ длины его Найти величины грузовъ. *Рѣш*. Положивъ длину рычага $= 1$ опредѣлимъ плеча его $\frac{1}{2} \pm \frac{1}{n}$, и, по теоремѣ моментовъ, найдемъ искомые грузы $a\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{n}\right)$.

109. На концахъ рычага, подпертаго на $^1/_3$ длины, висятъ 3 и 8 ф. Точка опоры ближе къ 8 ф. Будетъ ли равновѣсіе?

110. Плеча рычага 3,5 и 4,8 фута; на концѣ короткаго плеча повѣшено 7 ф; на концѣ длиннаго $8^1/_2$ ф. Какой грузъ перетянетъ?

111 Давленіе на точку опоры рычага = 24 ф; разстояніе ея отъ средины рычага = $^1/_{12}$ всей длины его. Найти величины грузовъ. *От*. 10 и 14 ф.

112. Опредѣлить давленіе, производимое на каждую изъ четырехъ ножекъ квадратнаго стола грузомъ въ 16 п., положеннымъ въ центрѣ. *От*. 4 п.

113. Опредѣлить давленіе на каждую ножку квадратнаго стола грузомъ 2 п., положеннымъ на четверти одной изъ діагоналей. *Рѣш*. Проведя чрезъ точку, въ которой находится грузъ, линію, параллельную сторонѣ стола, разложимъ 80 ф. на двѣ параллельныя силы 60 и 20 ф.; а потомъ каждую изъ нихъ опять на двѣ 45 и 15; 15 и 5.

114. Какимъ образомъ на рычагѣ уравновѣсить 10 ф. однимъ? 5 ф. двумя? 11 ф. семью? 103 ф. двумя? m ф. n фунтами?

115. Человѣкъ несетъ два груза, изъ которыхъ одинъ въ $2^1/_2$ раза тяжеле другаго, на коромыслѣ длиной въ сажень. Какую точку шеста нужно положить на плечо носильщика для равновѣсія? *От*. Точка должна быть на разст. 2 ф. отъ болѣе тяжелаго груза.

116. Къ плечу рычага длиной 5 ф. привѣшено 4 ф; какой грузъ привѣсить для равновѣсія къ другому плечу въ 8 ф. длины? *От*. $2^1/_2$ ф.

117. Отношеніе плечъ рычага = 7 : 2; на короткое повѣшено 280 ф. Сколько повѣсить на длинное для равновѣсія? *От*. 80 ф.

118. На концы рычага въ 30 дюймовъ длины дѣйствуютъ перпендикулярно силы 20 и 40 ф. Гдѣ подпереть рычагъ для равновѣсія?

119. Помощью рычага въ $1^1/_2$ ф. длины нужно поднять тѣло въ 5 п. силой руки, поднимающей 2 п. Какъ употребить рычагъ?

120. На концы рычага $AB = a$ дѣйствуютъ силы p и p_1 подъ углами m и n; точка опоры въ C; $AC = b$. Опредѣлить моменты. *От*. $pb\,\mathrm{sn}\,m$ и $p_1(a - b)\,\mathrm{sn}\,n$.

121. Силы p и p_1, дѣйствуя подъ угл. m и n на рычагъ l, уравновѣшиваются. Найти точку опоры. *Отв*. По теоремѣ моментовъ найдемъ одно плечо $= \frac{p_1 l\,\mathrm{sn}\,n}{p\,\mathrm{sn}\,m + p_1\,\mathrm{sn}\,n}$.

122. На концы рычага длиною въ 14 ф. дѣйствуютъ силы 12,3 п. и 375 ф. подъ уг. 34°15′ и 26°37′. Точка опоры въ срединѣ. Куда повернется рычагъ? *От*. Въ сторону 1-й.

123. Плеча рычага 5 и 18 ф.; на первомъ виситъ 288 ф. Сколько повѣсить на второе для равновѣсія? *От.* 80 ф.

124 Къ концамъ рычага въ 18 дюймовъ привѣшены грузы 15 и 45 ф. Найти положеніе точки опоры при равновѣсіи. *От* На $^1/_4$ рычага.

125. На концы рычага дѣйствуютъ силы 14,2 ф. и 8756 гр. подъ угл. 45° и 90°. Точка опоры на четверти рычага, ближе къ большей силѣ. Куда повернется рычагъ? *От.* Въ стор. 1-й

126. На концы рычага дѣйствуютъ 123,4 и 186,5 ф. подъ угл. 60° и 30°. Опредѣлить положеніе точки опоры при равновѣсіи? *Отв.* На разстояніи отъ первой силы 0,466 длины рычага.

127. Опредѣлить отношеніе угловъ, образуемыхъ съ рычагомъ силами p и p_1, если, при равновѣсіи, точка опоры дѣлитъ рычагъ въ отнош. m: n. *Отв.* Отн. синусовъ $= \frac{p_1 n}{p m}$.

128. Точка опоры рычага въ срединѣ; на одно плечо дѣйствуетъ 143,4 ф. подъ уг. 49°50′. Какой грузъ повѣсить на другое для равновѣсія? *От.* 109,58 ф.

129. Плеча рычага 12,3 и 14,75 ф.; на меньшее дѣйствуетъ сила 45,38 кгр. подъ уг. 45°. Подъ какимъ угломъ должна дѣйствовать на другое плечо сила 38,13 кгр., чтобъ было равновѣсіе? *От.* 44°34′.

130 Подъ какимъ уг. должна дѣйствовать сила p на равноплечій рычагъ чтобъ уравновѣсить силу q, направленную подъ угломъ, вдвое большимъ? *Рѣш.* Изъ ур. $p\text{sn}x = q\text{sn}2x$ найдемъ $x = \text{arccs}\left(\frac{p}{2q}\right)$.

131. Сравнить длины плечъ рычага, на которомъ уравновѣшиваются силы 32.45 и 45,32 кгр., дѣйствующія подъ уг. 45°32′ и 32°45′. *От.* Отн. = 1,059.

132. Сравнить углы, подъ которыми дѣйствуютъ силы 13,43 и 67,15 ф., уравновѣшивающіяся на рычагѣ, отношеніе плечъ котораго = 5. *От.* Углы равны.

133. На рычагѣ, котораго точка опоры въ срединѣ, сила 36,72 ф. подъ уг. 90° уравновѣшиваетъ силу 73,44 ф. Подъ какимъ уг. дѣйствуетъ вторая сила? *От.* 30°.

134. На концы рычага дѣйствуютъ 17,8 и 14,37 п. подъ углами 35°44′ и 78°15′ Точка опоры въ срединѣ. Куда повернется рычагъ? *От.* Въ сторону второй.

135. На концы рычага, котораго плеча 2,3 и 6, 9 ф., дѣйствуютъ 8 п. подъ уг. 30° и $1^1/_3$ п. подъ уг. 90°. Куда повернется рычагъ? *От.* Равновѣсіе.

136. На точки А и В рычага 2-го рода дѣйствуютъ 17,32 и 23, 45 ф. подъ уг. 56°13′ и 48°36′. Длина плечъ 17,34 и 9,42 дюйма. Какая сила перетянетъ? *От.* Первая.

137. Посредствомъ рычага 2-го рода въ 3,6 м. длиной нужно произвести давленіе въ 600 кгр. Какой грузъ повѣсить на рычагъ, если отношеніе плечъ = 1 : 8? *От.* 75 кгр.

138. Посредствомъ неподвижнаго блока нужно удержать a ф. Какую силу нужно для этого?

139. Какую нужно силу для поднятія a ф. помощью подвижнаго блока? *От.* $> \frac{a}{2}$.

140. Какой грузъ можно уравновѣсить a фунтами на полиспастѣ, въ которомъ n подвижныхъ блоковъ? *От.* $2^n a$ ф. или $2na$ ф., смотря потому, будетъ ли одинъ неподвижный блокъ или n.

141. Въ какомъ полиспастѣ выигрывается больше силы?

142. Какую силу нужно для уравновѣшенія 37,44 пд. на полиспастѣ съ тремя подвижными и однимъ неподвижнымъ блокомъ? *От.* 4,68.

143. Сколько нужно кгр., чтобъ уравновѣсить 573, 48 п. на полиспастѣ изъ 4 паръ блоковъ? *От.* 1194,75.

144. Во сколько разъ выигрывается сила при употребленіи полиспаста изъ 7 паръ блоковъ?

145. Какую систему блоковъ взять, чтобъ 5-ю пд. уравновѣсить 1280. *Отв.* 8 подв. и 1 непод.

146. Сколько пуд. можно уравновѣсить 3, 5 кгр. на полиспастѣ изъ 5 подв. и 1 непод. блока? *От.* 4,8 п.

147. Рад. ворота = 17,4; а рад. вала = 0,87 ф. Какая сила должна дѣйствовать на колесо, чтобъ уравновѣсить 1340 ф., помѣщенныхъ на валѣ? *От.* 67 ф.

148. Окружность вала въ 24 раза менѣе окружности колеса. Сколько нужно кгр., чтобъ удержать 1440 пд? *От.* 1000.

149. Каковы должны быть сравнительные размѣры вала и колеса, чтобъ 2,34 кгр. уравновѣсили 224,64 ф? *Отв.* Отн. рад. = 40.

150. Окружность колеса = 308 дюймамъ; окруж. вала = 44 дюйм. Сравнить величины грузовъ при равновѣсіи? *От.* $^1/_7$

151. На наклонной плоскости, которой длина l, а высота h, положенъ шаръ вѣсомъ a ф. Какую силу нужно употребить, чтобъ удержать его въ равновѣсіи, полагая во 1-хъ, что она параллельна длинѣ и во 2-хъ. параллельна основанію? *Отв.* $\frac{ah}{l}$ и $\frac{ah}{\sqrt{l^2-h^2}}$ ф.

152. Какъ должна дѣйствовать сила, чтобъ было выгоднѣе употребить наклон. плоскость? Разсмотрѣть случаи, когда уг. наклоненія = 0 и 90°.

153 Какую силу нужно употребить въ обоихъ случаяхъ для удержанія въ равновѣсіи шара въ a единицъ вѣса на плоскости, наклоненной къ горизонту подъ уг. m? *Отв.* $a\text{sn}m$ и $a\text{tg}m$.

154. Опредѣлить высоту и основаніе наклонной плоскости, которой длина l, если грузъ въ a ф. удерживается силой въ b ф., полагая силу парал. длинѣ. *Отв.* $\frac{lb}{a}$ и $\frac{l}{a}\sqrt{a^2-b^2}$.

155. Опредѣлить высоту и основаніе накл. плос., которой длина l, если сила b ф., параллельная основ., удерживаетъ a ф. *Отв.* $\frac{bl}{\sqrt{a^2+b^2}}$ и $\frac{al}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

156. Найти уголъ m наклоненія плоск., на которой грузъ a ф. удерживается силой b ф (въ обоихъ случаяхъ). *От.* $m = \text{arc.sn}\frac{b}{a}$; $m = \text{arctg}\frac{b}{a}$.

157. Найти отношеніе между выс. h и осн. b накл. плоск., если сила n ф. удерживаетъ грузъ m ф. (для обоихъ случаевъ). *Рѣш.* Если сила парал. основ., то искомое отн. $= \frac{n}{m}$; если же сила параллельна длинѣ, то $\frac{n}{m}$ есть отношеніе высоты къ длинѣ; но $\frac{h}{l} =$ sn уг. накл.; а искомое отн. = tg того же уг., сл. вопросъ приводится къ тому, чтобъ по данному sn найти tg, и изъ ур. $\text{tg}x = \frac{\text{sn}x}{\text{cs}x}$ найдемъ $\text{tg}x = \frac{n}{\sqrt{m^2-n^2}}$.

158. Выс. плос.=13, 45, основ =24, 3 ф. Какая нужна сила, чтобъ удержать 38, 2 п.? *От.* 18, 5 и 21, 14 ф.

159. Опредѣлить давленіе, производимое на наклонную плоск. грузомъ 38, 2 пд., который удерживается силой, параллельной длинѣ; высота плос.=13, 45; основаніе=24, 3 ф. *От.* 33, 42.

160. Какую нужно силу для удержанія 14, 7 п. на плоскости, которой выс.=4, 75, а длина 36, 8 ф.? *От.* 1,897 и 1,913 п.

161. Длина плос.=36, 3; осн.=8. Какую нужно силу для удержанія 176, 4 ф.? *От.* 172, 1 и 780, 7 ф.

162. Высота плос.=4, 75; длина=8, 14 ф. Сколько можно удержать 36-ю ф.? *От.* 61, 69 и 50, 1 ф.

163. Опредѣлить размѣры плос., на которой 3, 6 ф. удерживаютъ грузъ 4, 8 ф., полагая, что сила парал. осн.; длина=8, 75 ф. *От.* Выс.=63, осн.=84 дюйм.

164. Плоскость наклонена подъ уг. 45°. Какую силу нужно употребить, чтобъ удержать грузъ *a*? *От.* $\frac{a}{\sqrt{2}}$ и *a*.

165. Определить уголъ накл. плос., на которой сила $^1/_2$ ф., параллельная длинѣ, удерживаетъ 1 ф *От.* 30°.

166. Высота плоскости въ 3, 75 разъ менѣе основанія. Какую силу употребить для удержанія 26 п. 10 ф? *От.* 7 и 6, 764 п.

167. Подъ какимъ угломъ дол. быть наклонена плос., чтобъ для равновѣсія сила=вѣсу груза? *От.* 90° и 45°.

168. Тѣло удерживается силой 5 ф., параллельной длинѣ, на плоскости, которой выс =8, а длина 20 ф. Найти вѣсъ тѣла. *От.* $12^1/_2$ ф.

169. Найти основаніе и длину плос., которой высота=10 ф., если 18 ф. уравновѣшиваются на ней 5-ю ф., полагая, что сила параллельна основанію. *От.* 36 и 37, 36 ф.

170. Какая сила удержитъ грузъ въ 5 ф. на плоскости, наклоненной подъ уг. 20°? *От.* 1, 71 и 1, 82 ф.

171. Какая сила удержитъ грузъ въ 137 ф. на плоск., наклоненной подъ уг. 17° 20′? *От.* 40, 82 и 42, 76 ф

172. Опредѣлить уг. накл. плос., на которой грузъ 10 ф. уравновѣшивается силой въ 3, 64 ф., дѣйствующей параллельно основанію. *От.* 20°.

173. Опредѣлить отношеніе силы къ грузу на наклонной плоск., которой уголъ=60°. *От.* 0, 866 и 1, 732.

174. Имѣемъ горизонтальную доску, которая можетъ выдержать давленіе груза не болѣе 100 п.; поставивъ эту доску подъ уг. 45°, положили на ней 115 п. и удерживаютъ этотъ грузъ силой, парал. длинѣ. Можетъ ли доска сдержать грузъ? *От.* Можетъ.

175. Опредѣлить въ кгр. величину горизонтальной силы, могущей удержать 24 п. на плоскости, наклонной подъ угломъ 23°28′. *От.* 173,65.

176 На наклонной плоскости, имѣющей видъ равнобедреннаго треуг., грузъ въ 1 п. удерживается тойже силою. Найти направленіе дѣйствія силы. *От.* Парал. осн.

177. Можно ли удержать свободно падающее тѣло силой, дѣйствующей горизонтально?

178. На наклонной плоскости, которой высота = $^1/_2$ длины, тѣло удерживается силой, равной половинѣ его вѣса. Опредѣлить направленіе дѣйствія силы. *От.* Парал. длинѣ.

179. Найти размѣры и уг. наклоненія плоскости, которой высота 3,25 ф., если сила 8 ф., параллельная основанію, удерживаетъ 2 пд *От.* 32, 5 ф; 32, 67 ф. и 5°42′38″.

III.

Тяжесть. Центръ тяжести. Вѣсы. Свободное паденіе тѣлъ. Паденіе тѣлъ на наклонной плоскости и Атвудовой машинѣ. Движеніе тѣлъ брошенныхъ. Маятникъ. Центробѣжная сила. Всеобщее тяготѣніе.

Прим. При движеніи тѣлъ падающихъ и брошенныхъ сопротивленіе воздуха не принимается во вниманіе. Ускореніе $g = 9{,}8$ м. въ Парижѣ и 32,2 въ Петербургѣ; въ нѣкоторыхъ задачахъ, для простоты вычисленія, g принято $= 32$ ф.; задачи эти означены звѣздочками; на лунѣ $g = 1{,}662$ м.; на юпитерѣ $g = 26{,}37$ м.; на солнцѣ $g = 278{,}56$ м.

180 По какому направленію падаютъ тѣла?

181. Что назыв. вертикальною линіей? горизонтальной плоскостью?

182. Почему направленія тяжести въ тѣлѣ небольшихъ размѣровъ можно считать параллельными?

183 Почему всѣ тѣла падаютъ на землю (въ пустотѣ) съ одинаковою скоростью?

184. Доказать, что движеніе падающаго тѣла не можетъ быть равномѣрнымъ, и что, при паденіи съ небольшой высоты, его можно считать равномѣрно-ускорительнымъ.

185. Что назыв. центромъ тяжести тѣла?

186. Какъ опредѣлить центръ тяжести практически?

187. Опредѣлить центръ тяжести однороднаго треугольника. *От.* Точка пересѣченія линій, соединяющихъ вершины съ срединами противоположныхъ сторонъ.

188. Какъ повѣрить вѣсы?

189. Какое значеніе имѣетъ въ вѣсахъ центръ тяжести коромысла?

190. Какъ свѣшать вѣрно на невѣрныхъ вѣсахъ?

Прим. Въ слѣдующихъ четырехъ задачахъ предполагается, что обѣ чашки вѣсовъ имѣютъ одинакій вѣсъ.

191. Тѣло, положенное на одну чашку вѣсовъ, уравновѣшивается грузомъ m ф., лежащимъ на другой; будучи же переложено на вторую, уравновѣшивается грузомъ n ф, положеннымъ на первую. Опредѣлить вѣсъ тѣла. *От.* $\sqrt{mn}$.

192 На вѣсахъ опредѣлили вѣсъ тѣла $= 2^1/_2$ ф., но плеча коромысла неравны, и именно то, на которомъ находилось тѣло, $= 9$, а другое 7.2 верш. Найти истинный вѣсъ тѣла. *От.* 2 ф.

193. На неравноплечихъ вѣсахъ взвѣшивали тѣло дважды, кладя его поочередно на обѣ чашки и нашли его вѣсъ 9,8 и 7,2 кгр. Найти истинный вѣсъ тѣла и длину коромысла, если меньшее плечо = 18 дюйм. *От.* 8,4 ф.; 39 д.

194. На одну чашку вѣсовъ положили тѣло, а на другую для равновѣсія 6,4 ф.; когда положили тѣло на вторую чашку, то на первую для равновѣсія надобно было къ прежнимъ гирямъ прибавить еще 57,6 зол. Найти вѣсъ тѣла. *От.* 6 ф. 66,6 зол.

195. Въ точкахъ A и B, лежащихъ на одной горизонтальной линіи, укрѣплены концы нити l, по которой можетъ свободно двигаться грузъ. Опредѣлить его положеніе во время равновѣсія. *Рѣш.* Вершина треугольн., котораго основаніе AB, а каждая изъ остальныхъ сторонъ $= \frac{l}{2}$.

196. Опредѣлить положеніе груза (зад. 195) въ случаѣ, когда A и B лежатъ на различной высотѣ надъ горизонтомъ. *Рѣш.* Грузъ долженъ лежать въ низшей (ближайшей къ горизонту) точкѣ нити; эта точка опредѣлится слѣд. строеніемъ: Изъ точки B, которая лежитъ выше, проводимъ вертикальную линію, а изъ A радіусомъ l описываемъ дугу, которая пересѣчетъ вертикальную линію въ D, и проводимъ линію AD; точка E пересѣченія AD съ перпендикуляромъ GE, возставлен-

нымъ изъ средины BD, будетъ искомая. Дѣйствительно, взявъ какую нибудь точ. O, лежащую ниже линіи GE и проведя AO, BO, DO, найдемъ AO + DO > AD или AO + DO > l; но BO > DO; слѣд. AO + BO > l.

197. Сколько проходитъ свободно падающее тѣло (въ Петербургѣ) въ 1-ю сек., 2-ю сек. и т. д.?

198. Что назыв. скоростью перемѣннаго движенія? *От.* Скоростью какого нибудь момента перемѣннаго движенія наз. пространство, которое проходило бы тѣло въ каждую секунду, еслибъ, начиная съ этого момента, на него перестала дѣйствовать сила и оно бы двигалось только по инерціи, т. е. равномѣрно. При равномѣрноускорительномъ движеніи скорость, которую имѣетъ тѣло въ концѣ первой сек., наз. *ускореніемъ*.

199. Какое пространство прошло бы свободно падающее тѣло въ 2-ю, 3-ю и 4-ю сек. паденія, еслибъ, по прошествіи первой секунды, земля перестала его притягивать? *Отв.* 96 ф.

220. Зная время t и ускореніе тяжести g, опредѣлить пройденное пространство h. *Отв.* По закону пространствъ и закону скорости, пріобрѣтенной въ концѣ 1-й сек., найдемъ $h = \frac{gt^2}{2}$.

201. Зная t и g, найти скорость v, пріобрѣтенную тѣломъ въ концѣ t-й сек. *От.* Такъ какъ скорость возрастаетъ пропорціонально времени, то $v = gt$.

202. Вывести ур., выражающее зависимость между v, g, h. *От.* Опредѣливъ t изъ ур. $v = gt$ и подставивъ въ $h = \frac{gt^2}{2}$, найдемъ $v^2 = 2gh$.

203. Какое пространство пройдетъ падающее тѣло въ Парижѣ въ теченіе 3″? *От.* 44,1 м.

204. Во сколько времени долетитъ до земли тѣло съ высоты $402\frac{1}{2}$ ф? *Рѣш.* Изъ формулы $h = \frac{gt^2}{2}$ найдемъ $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5''$.

плотность d. Опредѣлить, на сколько давленіе на дно болѣе вѣса жидкости. *От.* Давленіе на дно $= \pi r^2 hd$. 69,12 ф., вѣсъ жид. $= \frac{\pi h}{3}(r^2 + r_1^2 + rr_1) d$. 69,12 ф, разность $= \frac{\pi h}{3} d$. 69,12 $(2r^2 - r_1^2 - rr_1)$ ф.

417′. Если на чашку вѣсовъ помѣстить стаканъ съ жидкостью и уравновѣсить его какимъ нибудь грузомъ, положеннымъ на другую чашку, то, опустивъ въ жидкость руку такъ, чтобъ не касаться ни дна ни стѣнокъ сосуда, замѣтимъ, что вѣсы наклонятся въ сторону сосуда. Объяснить это явленіе. На сколько при этомъ увеличится вѣсъ жидкости?

418. Въ изогнутой трубкѣ налиты разнородныя несмѣшивающіяся жидкости; плотности ихъ d и d_1; высоты h и h_1. По даннымъ тремъ изъ этихъ количествъ опредѣлить четвертое. *От.* $\frac{h}{h_1} = \frac{d_1}{d}$.

419. Рѣшить зад. 418, полагая $d = 1,3$; $d_1 = 0,9$; $h_1 = 22,6$ дюй. *От.* 15,646 дюй.

420. Рѣшить зад. 418, полагая $d = 1$; $h = 38,4$; $h_1 = 29,6$ цен. *От.* 1,2973.

421. Рѣшить зад. 418, полагая $\frac{h}{h_1} = 2,5$; $d_1 = 1$. *От.* 0,4

422. Вода и масло налиты въ колѣнчатую трубку; высота воды = 18,4; высота масла = 23,4 дюй. Найти плотность масла. *От.* 0,7863.

423. Тѣло, погруженное въ воду, потеряло a ф. вѣсу. Сколько въ немъ куб. дюй? *От.* По закону Архимеда, въ тѣлѣ будетъ столько куб. дюй., сколько ихъ въ a ф. воды, т. е. $25a$ куб. дюй.

424. Рѣшить зад. 423, полагая $a = 13,6$ ф. *От.* 340.

425. Рѣшить зад. 423, полагая $a = 43,58$ ф. *От.* 1089,5

426. Рѣшить зад. 423, полагая $a = 25,3$ пд. *От.* 25300.

427. Рѣшить зад. 423, полагая $a = 2,5$ зол. *Отв.* 0,651.

428. Тѣло потеряло a ф. вѣсу въ жидкости, которой плотность d Найти объемъ его. *От.* $\frac{25a}{d}$ куб. дюймовъ.

429. Тѣло, котораго уд. в. 1,1 вѣситъ въ воздухѣ 110 ф. Сколько оно буд. вѣсить въ водѣ? *От.* 10 ф.

430. Рѣшить зад. 428, полагая $a = 26,8$ ф; $d = 1,6$. *От.* 418,75 кб. дюй.

431. Рѣшить зад. 428, полагая $a = 3$ пд.; $d = 0,9$. *От.* 1,929 кб. ф.

432. Камень, погруженный въ эѳиръ, потерялъ 3,6 ф. вѣсу; плот. эѳира $= 0,72$. Найти объемъ камня. *От.* 125 кб. дюй.

433. Тѣло теряетъ a ф. вѣсу въ жидкости, которой плотность d; сколько оно потеряетъ въ другой жидкости, которой плот. d_1? *Рѣш.* Потеря прямо пропорціональна плотности жидкости и слѣд. $= \frac{ad_1}{d}$.

434. Рѣшить зад 433, полагая $a = 2,4$; $d = 1,8$; $d_1 = 0,9$. *Отв.* 1, 2.

435. Сколько потеряетъ вѣсу кусокъ мѣди, если его погрузить въ винный спиртъ? Плот. мѣди $= 8,9$; плот. спирта $= 0,95$. *От.* 0,10674 вѣса.

436. Тѣло, котораго плотность d, вѣситъ a ф. Найти его вѣсъ въ водѣ. *От.* $\frac{a(d-1)}{d}$.

437. Камень вѣситъ въ водѣ 8 пуд.; удѣл. вѣсъ его 2,3. Найти вѣсъ его въ воздухѣ. *От.* 14,15 пд.

438. Тѣло вѣситъ въ возд. 8,3 ф. Сколько оно будетъ вѣсить въ эѳирѣ? Уд. в. тѣла $= 2,46$; а эѳира $= 0,72$. *От.* 5,8707 ф.

439. Кусокъ металла вѣситъ въ воздухѣ a ф; уд. в. $= d$. Сколько онъ будетъ вѣсить въ жидкости, которой плотность p_1? *От.* $a\left(1 - \frac{d_1}{d}\right)$.

440. Тѣло вѣсомъ 550 гр. теряетъ въ водѣ 130 гр. Сколько будетъ оно вѣсить въ жидкости, которой плот. 0,48? *От.* 487,6 гр.

441. Тѣло вѣситъ въ воздухѣ a ф., въ водѣ b ф. Найти уд. в. его. *От.* $\frac{a}{a-b}$.

442. Тѣло вѣситъ въ возд. a ф.; въ водѣ, которой плот. 0,998, вѣситъ b ф. Найти уд. в. его. *От* $\frac{0,998a}{a-b}$.

443. Тѣло вѣситъ въ возд. 64 гр., въ водѣ 52 гр. Найти уд. в. его. *Отв.* 5,33.

444. Вѣсъ тѣла въ воздухѣ 3,84 ф.; въ водѣ 1,92 ф. Найти уд. вѣсъ. *От.* 2.

445. Вѣсъ куска дерева въ воздухѣ $= 1,5$ ф.; вѣсъ куска свинца $= 2,4$ ф.; свинецъ и дерево въ водѣ вѣсятъ вмѣстѣ 1,9, а одинъ свинецъ 2,2 ф. Найти уд. в. дерева. *Отв.* $^5/_6$.

446. Тѣло вѣситъ въ воздухѣ 126, въ водѣ 110,5; въ эѳирѣ 114,84 гр. Найти плотность эѳира. *От.* 0,72.

447. Флаконъ, наполненный водою, вѣситъ a гр. Положивъ на ту чашку вѣсовъ, гдѣ стоитъ флаконъ, кусокъ даннаго тѣла, нашли общій ихъ вѣсъ b гр. Опустивъ кусокъ тѣла въ флаконъ и вытерши его (такъ какъ при этомъ часть воды вылилась изъ флакона), нашли, что вѣсъ флакона съ водой и тѣломъ c гр. Найти плотность тѣла. *От.* $\frac{b-a}{b-c}$.

448. Платиновый шаръ вѣситъ въ воздухѣ 40, въ водѣ 37, въ алкоголѣ 37,87 зол. Найти уд. в. алкоголя. *От.* 0,71.

449. Тѣло вѣситъ въ водѣ 10, а въ маслѣ (плот. 0,9) 12 гр. Найти плот. тѣла. *От.* $1^1/_2$.

450. Ареометръ съ постояннымъ объемомъ, котораго вѣсъ a гр., погружается до черты въ жидкости, которой плотность d. Сколько къ нему нужно прибавить вѣсу, чтобъ онъ погрузился до той же черты въ жидкости, которой плотность d_1? $d_1 > d$. *Рѣш.* По закону Архимеда, вѣсъ тѣла, плавающаго въ жидкости, равенъ вѣсу жидкости, вытѣсняемой его погру–

женной частью; поэтому a и $a+x$ гр. представляютъ вѣсы равныхъ объемовъ жидкостей, которыхъ плотности d и d_1; и изъ ур. $\frac{a}{d}=\frac{a+x}{d_1}$ найдемъ $x=\frac{a(d_1-d)}{d}$.

451. Шаръ рад. a дюй. вѣситъ b зол. Найти его плотность. *От.* $x=\frac{3b}{4\pi a^3\ 3,843}$.

452. Рѣшить зад. 450, полагая $a=48,5$ гр., $d=0,72$; $d_1=1,4$. *От.* 45,8 гр.

453. Тѣло вѣситъ въ возд. 723,4; въ водѣ 452,5; въ нѣкоторой жидкости 541,7 гр. Найти плот. тѣла и жидкости. *От.* 2,67 и 0,67.

454. Чтобъ погрузить въ воду до черты ареометръ Фаренгейта, должно на чашечку положить a гр.; чтобъ погрузить его до тойже черты въ испытуемой жидкости, должно вмѣсто a положить b гр.; вѣсъ арεом. $=c$ гр. Опредѣлить плотность жидкости. *От.* По закону Архимеда, $c+a$ и $c+b$ представляютъ вѣсы одинакихъ объемовъ воды и испытуемой жидкости, и уд. в. $=\frac{c+b}{c+a}$.

455. Рѣшить зад. 454, полагая $c=86$; $a=14$; $b=40$ гр. *От.* 1,26.

456. Рѣшить зад. 454, полагая $c=768$; $a=232$; $b==132$ дол. *От.* 0,9.

457. Ареометръ Фаренгейта вѣсомъ 10 зол. погружается до черты въ алкоголѣ. Сколько нужно прибавить къ нему вѣсу, чтобъ онъ погрузился до тойже черты въ азотной кислотѣ? Уд. в. алкоголя $=0,82$; уд. в. азотной кислоты $=1,34$. *От.* 6 341 золот.

458. Ареометръ Никольсона погружается до черты въ водѣ отъ груза 15 гр.; снявъ съ чашечки грузъ, положили кусокъ желѣза и нашли, что для погруженія ареометра до тойже черты нужно прибавить 3,3 гр; перемѣстивъ желѣзо на нижнюю чашечку, нашли, что на верхнюю нужно прибавить еще 1,5 гр. Найти уд. в. желѣза. *От.* Вѣсъ желѣза въ воз-

духѣ $=11,7$ гр.; в. желѣза въ водѣ $=10,2$ гр.; потеря $==1,5$ гр.; уд. в. $=7,8$.

459. Плавающее тѣло вытѣсняетъ a куб. цент. жидкости, которой плотность d. Сколько оно буд. вытѣснять жидкости, которой плотность d_1? *Рѣш.* Вѣсъ тѣла $=ad=xd_1$ гр., откуда $x=\frac{ad}{d_1}$ куб. цент.

460. Ареометръ съ постояннымъ вѣсомъ вытѣсняетъ 25,6 кб. цен. спирта. Какой объемъ эѳира будетъ онъ вытѣснять? Плот. спирта $=0,98$; плот. эѳира $=0,72$. *От.* 34,845 кб. цент.

461. Кусокъ металла съ прикрѣпленнымъ къ нему кускомъ дерева, будучи погруженъ въ воду, остается во всякомъ мѣстѣ ея въ равновѣсіи; уд. в. металла $=d$, уд. в. дерева $=d_1$; $d_1<1$. Найти отношеніе вѣса металла къ вѣсу дерева. *Рѣш.* Означивъ вѣсъ дерева x, а металла nx грам., найдемъ объемы ихъ $\frac{x}{d_1}$ и $\frac{nx}{d}$ куб. цент.; слѣд. объемъ вытѣсненной воды $=x\left(\frac{1}{d_1}+\frac{n}{d}\right)$ куб. цент. и вѣситъ $x\left(\frac{1}{d_1}+\frac{n}{d}\right)$ грам. съ другой стороны вѣсъ вытѣсненной воды $=x(1+n)$ грам.; слѣдов. $1+n=\frac{1}{d_1}+\frac{n}{d}$, откуда $n=\frac{d(1-d_1)}{d_1(d-1)}$.

462. Рѣшить зад. 461, полагая $d=9$, $d_1={}^1/_4$ *От.* $3^3/_8$.

463. Къ гидростатическимъ вѣсамъ привѣшены снизу чашекъ два тѣла, которыхъ плотности d и d_1, и будучи погружены въ жидкость плотности x, находятся въ равновѣсіи; отношеніе вѣсовъ ихъ $=m$; $d<d_1$. Найти плот. x жидкости. *Рѣш.* Принимая вѣсъ плотнѣйшаго тѣла за единицу, найдемъ вѣсъ другаго тѣла $=m$; вѣсы ихъ въ жидкости будутъ $1-\frac{x}{d_1}$ и $m-\frac{mx}{d}$; изъ ур $1-\frac{x}{d_1}=m-\frac{mx}{d}$ найдемъ $x==\frac{dd_1(m-1)}{md_1-d}$.

464. Куски желѣза и мрамора, подвѣшенные снизу чашекъ вѣсовъ, будучи опущены въ масло, уравновѣшиваютъ одинъ другой; отношеніе вѣсовъ ихъ 1,31; уд. в. желѣза = 7,7; уд. в. мрамора = 2,8. Найти плотность масла. *От.* 0,9.

465 Каковъ долженъ быть объемъ свинцоваго шара, чтобъ, прикрѣпивши его къ пробковому шару въ 100 куб. цент., получить тѣло, остающееся въ водѣ во всякомъ мѣстѣ въ равновѣсіи? Уд. в. свинца = 11,35; уд. в. пробки 0,24. *Рѣш.* Изъ урав. $x+100 = 100.0,24 + x.\ 11,35$ найдемъ $x =$ $= 7,343$ кб. цент.

466. Кусокъ металла, похожаго по виду на мѣдь, вѣситъ въ воздухѣ 26,7 ф., въ водѣ 20 ф. Дѣйствительно ли это мѣдь? Уд. в. мѣди = 8,9. *От.* Нѣтъ.

467. Пустая стклянка вѣситъ 142,78 гр.; наполненная водой, она вѣситъ 166,37 гр., а сѣрной кислотой—182 гр. Найти плотность сѣрной кислоты. *От.* 1,66.

468. Платиновый шарикъ вѣсомъ 84 гр. потерялъ въ ртути 61,4 гр. Найти плотность платины. *От.* 18,55.

469. Наполнивъ флаконъ (вѣсомъ $^1/_2$ ф.) водою, нашли его вѣсъ = $^3/_4$ ф; а наполненный ртутью, онъ вѣсилъ 3 ф. 86,4 зол. Найти плотность ртути. *От.* 13,6.

470. Тѣло вѣситъ въ воздухѣ 7,55 гр.; удѣльный вѣсъ го = 3,173. Сколько будетъ оно вѣсить въ водѣ и сколько въ жидкости, которой плотность 0,504? *От.* 5,17 и 6,35 золот.

471. Два цилиндра, желѣзный и платиновый, соединены вмѣстѣ и будучи погружены въ ртуть, находятся во всякомъ мѣстѣ внутри ея въ равновѣсіи. Опредѣлить отношеніе вѣсовъ ихъ. Уд. в. желѣза = 7,7; платины=21; ртути = 13,6. *От.* 2,1744.

472. Кусокъ мѣди вѣсомъ 523 гр потерялъ въ водѣ 75,5 гр. Сплошной онъ или пустой, и если пустой, то сколько мѣди можетъ помѣститься въ его пустотѣ? Уд. в. мѣди = 8,8.

Рѣш. Объемъ даннаго куска = 75,5 кб. цент.; объемъ сплошнаго куска мѣди $= \frac{523}{8,8} = 59,4$ кб. цент., слѣд. въ пустотѣ куска можетъ помѣститься 16,1 кб цент мѣди.

473. Сколько желѣза (по объему и вѣсу) можетъ помѣститься въ пустотѣ желѣзнаго шара, который вѣситъ въ воздухѣ 3080, а въ водѣ 2532 гр? Уд. в. жел. = 7,7. *От.* 148 куб. цент.

474. Опредѣлить давленіе снизу вверхъ на тѣло плотности d, вѣсомъ a грам., погруженное въ жидкость плотности d_1. *От.* Вѣсъ жидкости, вытѣсняемой тѣломъ, $= \frac{ad_1}{d}$ грам.

475. Какую силу нужно употребить, чтобъ удержать въ равновѣсіи внутри жидкости, которой плот. d, a гр. тѣла плот. d_1? *Рѣш.* x = вѣсу жидкости въ объемѣ, равномъ объему тѣла, безъ вѣса тѣла $= \pm\, a\left(\frac{d}{d_1} - 1\right)$ гр.

476. Сплавъ изъ двухъ металловъ вѣсомъ a грам. теряетъ въ водѣ b грам.; плотности металловъ d и d_1. Сколько въ этомъ сплавѣ каждаго металла (по вѣсу и объему)? *Рѣш.* Изъ урав. $x+y=a$ и $\frac{x}{d}+\frac{y}{d_1}=b$ найдемъ $x = \frac{d(a-bd_1)}{d-d_1}$ и $y =$ $= \frac{d_1(bd-a)}{d-d_1}$ грам. и $\frac{x}{d}, \frac{y}{d_1}$ куб. цент.

477. Какую силу нужно употребить, чтобъ удержать въ равновѣсіи внутри ртути 5,6 куб. дец. платины? Плот. ртути = 13,6; а платины = 21,5. *От.* 44,24 кгр.

478. Корона вѣсомъ 300 гр., состоящая изъ золота и серебра, теряетъ въ водѣ 20 гр. Сколько въ ней золота и серебра? Уд. в. золота = 19,6; а серебра = 10,5. *От.* 193,85 и 106,15 гр.

479. По скольку нужно взять металловъ, которыхъ плот. d и d_1, чтобъ сдѣлать сплавъ, который вѣсилъ бы a ф. и имѣлъ плот. d_2? *Рѣш.* Изъ ур. $x+y=a$ и $\frac{x}{d}+\frac{y}{d_1}=\frac{a}{d_2}$ найдемъ $x = \frac{ad(d_2-d_1)}{d_2(d-d_1)}$; $y = \frac{ad_1(d-d_2)}{d_2(d-d_1)}$.

480. По скольку взять мѣди и цинка, чтобъ сдѣлать сплавъ въ 779 гр. вѣсомъ и плот. 8,2? Уд. в. мѣди=8,9; а цинка= = 7. *От.* 534 и 245 гр.

481. Въ сосудъ налиты несмѣшивающіяся жидкости, которыхъ плотности d и d_1; внутри ихъ находится въ равновѣсіи шаръ, котораго плот. d_2, такъ что часть его погружена въ одну, а часть въ другую жидкость. Найти отношеніе этихъ частей. *Рѣш.* Пусть части будутъ x и y; вѣсъ шара долженъ равняться суммѣ вѣсовъ жидкостей, вытѣсняемыхъ объими его частями; слѣд. $(x+y)d_2q = dxq + d_1yq$ (гдѣ q — вѣсъ куб. единицы воды), откуда $\frac{x}{y} = \frac{d_1 - d_2}{d_2 - d}$.

482. Рѣшить зад. 481, полагая, что шаръ желѣзный (пл. 7,8), а жидкости ртуть (пл. 13,6) и вода. *От.* 0,853.

483. Шаръ погружается въ жидкости до половины. Во сколько разъ жидкость плотнѣе его?

484. Шаръ, котораго уд. в. $= d$, плаваетъ на водѣ. Какая часть его находится надъ водою? *Рѣш.* Положивъ объемъ шара = 1, а объемъ непогруженной части $= x$, изъ уравненія $1.d\,q = (1 - x).q$, (гдѣ q вѣсъ кубической единицы воды) имѣемъ $x = 1 - d$.

485. Рѣшить зад. 484, полагая $d = 0,4$. *От.* $^3/_5$.

486. Шаръ 18 дюй. въ діаметрѣ погружается въ воду до 9 дюй. Найти плотность его.

487. Прямоуг. паараллелипипедъ, кот. измѣренія a, b, c, а плот. d, плаваетъ въ жидкости, которой плот. d_1, такъ что ребро c имѣетъ вертикальное положеніе. Опредѣлить высоту непогруженной части. *Рѣш.* По закону равновѣсія плавающихъ тѣлъ имѣемъ: $abc\,qd = ab\,(c - x)\,qd_1$, гдѣ q вѣсъ кубической единицы воды; отсюда $x = \frac{c\,(d_1 - d)}{d_1}$.

488. Сколько надобно прикрѣпить мѣди къ пробковому шару вѣсомъ въ $1^1/_2$ золот., чтобъ онъ началъ погружаться въ воду? Плотность пробки = 0,24; а мѣди 8,4. *От.* 5,4 зол.

489. Какую силу нужно употребить, чтобъ удержать подъ водой кусокъ дерева, котораго вѣсъ = 20 ф., а плот. 0,8? *От.* 5 ф.

490. Ледяной параллелипипедъ плаваетъ въ морѣ; высота непогруженной его части 6 мет.; уд. в. его = 0,93; уд. в. морской воды 1,026. Найти высоту параллелипипеда. *Рѣш.* По закону Архимеда имѣемъ $bx.0,93 = b\,(x - 6).\,1,026$, гдѣ x — высота, а b площадь основанія параллелипипеда, откуда $x = 64,1$ м.

491. Платиновый шаръ рад. 3 центим. подвѣшенъ снизу одной изъ чашекъ вѣсовъ и совершенно погруженъ въ ртуть; снизу другой чашки привѣшенъ мѣдный цилиндръ, радіусъ основанія котораго = также 3 цент.; цилиндръ совершенно погруженъ въ воду. Найти, какова должна быть высота цилиндра, чтобъ было равновѣсіе? Уд. в. ртути = 13,59; воды =1; мѣди = 8,8; платины = 22. *Рѣш.* Давленіе на каждую чашку вѣсовъ = вѣсу привѣшеннаго тѣла безъ вѣса жидкости, вытѣсняемой тѣломъ, и такъ какъ, при равновѣсіи, эти давленія равны, то

$^4/_3\,\pi.\,3^3.\,22 - {}^4/_3\,\pi.\,3^3.\,13,59 = \pi.\,3^2.\,x.\,8,8 - \pi.\,3^2.\,x$,

откуда $x = 4,3$ центим.

492. Сосудъ, наполненный ртутью, вѣситъ въ воздухѣ 54,643; а въ водѣ 45,732 гр. Сколько въ немъ ртути? Уд. в. вещества сосуда = 2,5, а ртути = 13,56. *От.* 39,682 гр.

493. Кусокъ пробки вѣситъ въ воздухѣ 30 гр.; кусокъ свинца вѣситъ въ водѣ 110 гр.—Прикрѣпивъ свинецъ къ пробкѣ, нашли, что они вмѣстѣ вѣсятъ въ водѣ 15 гр. Найти уд. вѣсъ пробки. *От.* 0,24.

494. Подъ чашкой А вѣсовъ привѣшенъ кусокъ платины (плот. 21), котораго объемъ 347 кб. центим.; а подъ чаш-

кой В. кусокъ мѣди (плот. 8,88) объемомъ въ 500 кб цент.; первый металлъ погруженъ въ воду, а второй въ терпентинъ (пл. 0,868). Какая чашка перетянетъ? Сколько нужно прибавить для равновѣсія? *Отв.* Нужно прибавить на чашку В. — 2934 гр.

495. Какую силу нужно употребить, чтобъ удержать въ равновѣсіи внутри ртути желѣзный шаръ радіуса 1 децим.? Плотность желѣза = 7,7. *Отв.* 24,714 кгр.

496. Тѣло теряетъ $\frac{1}{n}$ своего вѣса въ одной и $\frac{1}{m}$ въ другой жидкости. Опредѣлить потерю его вѣса въ жидкости, состоящей изъ a частей (по объему) первой и b частей второй. *Рѣш.* По уловіямъ задачи n и m представляютъ плотности тѣла относительно первой и второй жидкости; называя плотность тѣла относительно смѣси чрезъ x, имѣемъ: $(a+b)x = am+bn$, откуда $x = \frac{am+bn}{a+b}$.

497. Рѣшить зад. 496, полагая, что части a и b взяты по вѣсу. *Рѣш* Изъ ур. $\frac{a+b}{y} = \frac{a}{n} + \frac{b}{m}$ найдемъ $y = \frac{nm(a+b)}{am+bn}$.

498. Предполагая, что жидкости (зад. 496 и 497) смѣшаны по ровну, опредѣлить, въ какомъ случаѣ потеря вѣса будетъ больше. *Рѣш.* Полагая $a = b$ въ выраженіяхъ x и y (зад. 496 и 497) найдемъ $x = \frac{m+n}{2}$; $y = \frac{2mn}{m+n}$. Приведя эти дроби къ одному знаменателю и замѣтивъ, что $(m-n)^2$ есть всегда величина положительная, выведемъ, что $(m+n)^2 > 4mn$, а слѣд. $x > y$.

499. Въ какомъ отношеніи должны быть числа a и b (зад. 496 и 497), чтобы потеря вѣса въ обоихъ случаяхъ была одинакова? *Рѣш.* Уничтоживъ знаменателя въ ур. $\frac{am+bn}{a+b} = \frac{mn(a+b)}{am+bn}$ и извлекши корень, приведемъ его къ виду $a\sqrt{m}(\sqrt{m}-\sqrt{n}) = b\sqrt{n}(\sqrt{m}-\sqrt{n})$, откуда $\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{n}{m}}$.

Прим. Въ слѣдующихъ задачахъ на истеченіе жидкостей предполагается, что высота жидкости вовремя истеченія остается постоянною.

500. Въ днѣ сосуда сдѣлано отверстіе; высота жидкости h. Опредѣлить скорость истеченія и количество воды, вытекшей въ t'' (расходъ въ t''). *Рѣш.* По теоремѣ Торичелли скорость истеченія жидкости = скорости тѣла, свободно падающаго съ высоты, равной высотѣ свободной поверхности ея надъ отверстіемъ; но какъ всѣ тѣла падаютъ въ пустотѣ съ одинаковой скоростью, то слѣд. скорость истеченія жидкости не зависитъ отъ химическаго ея состава и выражается формулой $v = \sqrt{2gh}$. Количество жидкости, вытекшей въ 1″, будетъ равно числу куб. ф., дюй., заключающихся въ цилиндрѣ или призмѣ, которой основаніе есть площадь отверстія, а высота скорость v; т. е. расходъ въ $t'' = at\sqrt{2gh}$, гдѣ a — площадь отверстія. Этотъ расходъ наз. *теоретическимъ*, потому что *дѣйствительный* расходъ или количество жидкости, вытекшее на самомъ дѣлѣ, менѣе того, какое должно бы вытекать; это зависитъ оттого, что струя при выходѣ изъ отверстія сжимается; слѣд. для опредѣленія истиннаго расхода должно помножить теоретическій на нѣкоторую дробь < 1; эта дробь наз. *коэффиціентомъ сжатія струи* и бываетъ различна для различныхъ случаевъ; въ случаѣ истеченія изъ тонкой стѣнки діаметръ струи = $^4/_5$ діаметра отверстія, и слѣд. площадь струи = $(^4/_5)^2 = 0,64$ площади отверстія; эту величину мы и будемъ принимать за коэффиціентъ сжатія.

501. Найти скорость истеченія воды изъ отверстія, находящагося на разстояніи 64,4 ф. отъ уровня свободной поверхности. *От.* 64,4 ф.

502. Найти расходъ воды въ полчаса, полагая высоту = 64,4 ф.; а площадь отверстія = 1 кв. дюй. *От.* 515,2 кб. ф.

503. Отношеніе высотъ жидкостей въ двухъ сосудахъ = 16. Найти отношеніе ихъ скоростей. *От.* 4.

504. Высота жидкости въ одномъ сосудѣ = 100, а въ другомъ 25 д; отверстія одинакія. Во сколько разъ жидкость изъ втораго выливается тише, чѣмъ изъ перваго? *От.* 2.

505. Высота ртути въ одномъ сосудѣ 19,6 метра; въ другомъ 49 децим. Изъ перваго вылилось 17.06 кгр.; сколько въ тоже время выльется изъ втораго, полагая, что отверстія одинаковы и равны каждое 1 кв. цент.? *От.* 8,53 кгр.

506 Сосудъ помѣщаетъ a куб. ф. воды; высота воды h; какова должна быть величина отверстія, чтобъ въ t'' вылилось количество воды, равное вмѣстимости сосуда? *От.* $\frac{a}{0,64t\sqrt{2gh}}$ кв. ф.

507. Высота воды = 20,4 ф; радіусъ отверстія = 1,3 д. Опредѣлить въ фунтахъ расходъ въ четверть часа. *От.* 53205.

508. Высота воды = h дюй.; радіусъ отверстія r дюй. Во сколько времени вытечетъ a куб. д. воды? *Рѣш.* Изъ урав. $a = 0,64t\sqrt{2gh}\cdot\pi r^2$, найдемъ $t = \frac{a}{0,64\pi r^2\sqrt{g2h}}$; g должно быть выражено въ дюймахъ.

509 Во сколько времени вытечетъ 4,4681 кб. ф масла изъ отверстія рад. 2 дюй., если высота = 1 ф? $g = 32$ ф. *От.* 10″.

510. Какое количество (по вѣсу) воды вытечетъ въ 1 мин. изъ отверстія, имѣющаго видъ прямоугольника, котораго стороны 1 и 2 дюйма, полагая высоту воды = 10 ф? *От.* 23.387 пуд.

511. Сколько килограммовъ ртути вытечетъ въ 10″ изъ отверстія рад. 1 цент., если высота = 10 метр.? *От.* 382,83 кгр.

512. Наливши воду въ сосудъ и открывъ отверстіе, замѣтили, что въ 10″ вытекло ведро воды; наливши въ другой сосудъ, замѣтили, что тоже количество воды вытекло въ полминуты. Найти отношеніе высотъ если отверстія обоихъ сосудовъ одинаковы. *От.* $^1/_9$

513. Изъ отверстія въ a кв. дюй. вытекло въ t'' b фун. жидкости, которой плотность d. Найти высоту ея. *От.* $h = \frac{625b^2}{0,64^2\cdot 2ga^2t^2d^2}$ дюй; g должно быть выражено въ дюймахъ.

V.

Аэростатика. Давленіе атмосферы. Барометръ. Законъ Маріотта. Воздушный насосъ. Аэростаты.

514. Опредѣлить величину давленія атмосферы на n квад. единицъ при высотѣ ртутнаго барометра h. *Рѣш*. Искомое давленіе = вѣсу призматическаго столба ртути, котораго основаніе n, а высота h, $= nh\ q$. 13, 6, гдѣ q вѣсъ куб. единицы воды.

515. Выразить величину давленія атмосферы при высотѣ ртутнаго барометра h высотою столба жидкости, которой плотность d. *Рѣш*. Искомая высота x во столько разъ больше h, во сколько плотность ртути больше плотности данной жидкости; слѣд. $x = \frac{h\ 13,6}{d}$.

516. Съ какой силой давитъ воздухъ на одинъ квад. дюймъ при высотѣ барометра 30 дюй? на одинъ квад. футъ? *От*. 16,32 ф. и 58,75 пд.

517. Съ какой силой давитъ воздухъ на 1 квад. центим. при высотѣ барометра 760 миллим? на 1 кв. децим.? на 1 кв. метръ? *От*. 1,0336 кгр.

518. Какъ велико давленіе воздуха на 1 кв. дюй и 1 кв. ф. при высотѣ барометра 26 дюймовъ? *От*. 14,144 ф. и 50,92 пд.

519. Вычислить давленіе атмосферы на площадь прямоугольника, котораго стороны 3 и 4 ф. при высотѣ барометра 30 д. *От*. 705 пд.

520. Вычислить давленіе атмосферы на площадь прямоугольника, котораго сторона 14, а діагональ 26 цент. при нормальной высотѣ барометра. *От*. 317 кгр.

Прим. Нормальной высотой барометра принимается 760 мм. или 30 д.

521. Опредѣлить давленіе армосферы на площадь круга рад. 0,325 мет. при высотѣ барометра 750 мм. *От*. 3384,6 кгр.

522. Съ какой силой давитъ воздухъ на площадь трапеціи, которой высота 3,56 д; одна изъ параллельныхъ сторонъ 14,2, а другая 42,6 дюй., при нормальной высотѣ барометра? *От*. $41\frac{1}{4}$ пд.

523 Съ какой силой сжаты магдебургскія полушарія рад. r цент. при высотѣ барометра h цент. полагая, что внутри ихъ вовсе нѣтъ воздуха? *От*. $4\pi r^2 h$. 13,6 гр.

524. Рѣшить зад. 523, полагая $r = 3,6$; $h = 76$. *От*. 168,33 кгр.

525. Рѣшить зад. 523, полагая $r=4$; $h=70$. *От*. 191,41 кгр.

526. Опредѣлить въ пудахъ давленіе воздуха на поверхность человѣческаго тѣла (среднимъ числомъ $1\frac{1}{2}$ квад. мет.) при нормальной высотѣ барометра. *От* >900 пд.

527. Почему мы не замѣчаемъ атмосфернаго давленія на наше тѣло? Не чувствуемъ ли мы значительныхъ перемѣнъ въ этомъ давленіи?

528. Какова будетъ нормальная высота водянаго барометра? *От*. 34 ф или 10,33 м.

529. Сколько будетъ показывать барометръ изъ сѣрной кислоты (плот. 1,84) при высотѣ ртутнаго барометра 28 дюй.? *От*. 17,246 ф.

530. Барометръ изъ сѣрной кислоты (плот. 1,84) показываетъ 16 ф; опредѣлить высоту барометра изъ сѣрнаго эѳира (0,72). *От*. 40,89 ф.

531. Найти давленіе атмосферы на площадь круга рад. 137 цент. при нормальной высотѣ барометра. *От* 60946 кгр.

532. Опредѣлить высоту атмосферы, зная, что воздухъ при уровнѣ моря въ 770 разъ легче воды, и полагая, что плотность его на всякой высотѣ одна и таже. *От*. 7,48 верстъ.

533. Въ сифонномъ барометрѣ, оба колѣна котораго имѣютъ одинакій діаметръ, высота ртути измѣнилась на 7 линій. На сколько ртуть опустилась въ одномъ и поднялась въ другомъ колѣнѣ?

534. Нужно ли при устройствѣ барометра стараться, чтобъ трубка была строго цилиндрическая?

535 Измѣнится ли высота барометра, если помѣщать его на различныхъ высотахъ отъ земли?

536. Почему ртуть есть жидкость самая удобная для барометра? Какія выгоды и невыгоды водянаго барометра?

537. Почему въ обыкновенномъ барометрѣ чашечка дѣлается обыкновенно гораздо шире трубки?

538. Что произошло бы, еслибы впустить въ Торричеллієву пустоту небольшое количество воздуха?

539. Какъ доказать на опытѣ, что всякое тѣло въ пустотѣ вѣситъ болѣе, чѣмъ въ воздухѣ.

540. Если въ днѣ плотнозакрытаго сосуда, наполненнаго водой или вообще какой нибудь жидкостью, сдѣлать маленькое отверстіе, то жидкость изъ сосуда не выливается. Объяснить это явленіе.

541. Если наполнить пузырь воздухомъ у поверхности земли и перенести его на высокую гору, то онъ тамъ лопается. Объяснить это.

542. Пояснить, почему барометръ, находящійся въ комнатѣ, показываетъ туже высоту, какъ и находящійся на открытомъ воздухѣ?

543. Воздухъ, находящійся при уровнѣ моря и взятый при температурѣ 0°, въ 770 разъ легче воды. Найти вѣсъ 1 кб. ф., 1 кб. д., 1 кб. м., 1 кб. децим. такого воздуха. *От.* 8,6 зол.; 0,48 доли; 1,293 кгр; 1,293 гр.; 0,001293 гр.

544. Высота ртутнаго барометра увеличилась на 1 мм. На сколько увеличилась въ тоже время высота водянаго барометра? спиртоваго (пл. 0,9)? барометра изъ сѣрной кислоты (пл. 1,84)? *От.* 13,6; 15,1; 7,4 миллим.

545. Тѣло, имѣющее объемъ 5 кб. децим., вѣситъ въ воздухѣ при нормальномъ давленіи 24,56 гр. Найти его вѣсъ въ

пустотѣ. *Рѣш.* Должно къ вѣсу тѣла придать вѣсъ 5 кб. дец. воздуха, и найдемъ 31,025 гр.

546. Газъ занимаетъ объемъ v при давленіи h; найти его объемъ при давленіи h_1. (Въ этой и слѣдующихъ задачахъ температура предполагается постоянною и газы совершенно сухими, т. е. несодержащими паровъ). *Рѣш.* По закону Маріотта, объемъ, занимаемый газомъ, обратно пропорціоналенъ давленію, если только температура не измѣняется; слѣд. $\frac{v_1}{v}=\frac{h}{h_1}$, откуда

$$v_1=\frac{vh}{h_1}.$$

547. Плотность газа $= d$ при давленіи h; найти его плотность при давленіи h_1. *От.* Такъ какъ плотность газа прямо пропорціональна давленію, то $d_1 = \frac{dh_1}{h}$.

Прим. Плотностью или удѣл. вѣсомъ газа наз. число, показывающее, во сколько разъ какой нибудь газъ, при темп. 0° и давленіи 760 мм, вѣситъ болѣе или менѣе такого же объема воздуха, взятаго при той же темп. и давленіи.

548. Газъ занимаетъ объемъ v; плотность его d. Найти плотность его, когда онъ займетъ объемъ v_1 *От.* $d_1=\frac{dv}{v_1}$.

549. Доказать, что произведеніе объема газа на давленіе, подъ которымъ онъ находится, есть всегда величина постоянная. *Рѣш.* Пусть v, v_1, v_2... будутъ объемы газа при давленіяхъ h h_1. h_2.., тогда $\frac{v}{v_1}=\frac{h_1}{h}$; $\frac{v_1}{v_2}=\frac{h_2}{h_1}$.., откуда $vh=v_1h_1=$ $=v_2h_2=\ldots=$ постоянному количеству.

550. Литръ (куб. дециметръ) сухаго воздуха при 0° и нормальномъ давленіи вѣситъ 1,293 гр. Сколько будутъ вѣсить a литровъ при давленіи h. *От.* $a.\frac{1,293.h}{760}$ гр.

551. Газъ подъ давленіемъ h занимаетъ объемъ v; при какомъ давленіи его объемъ измѣнится въ v_1? *От.* $\frac{vh}{v_1}$.

552. Газъ занимаетъ 1 кб. ф., находясь подъ давленіемъ атмосферы. При какомъ давленіи тоже количество газа помѣстится въ $^1/_4$ кб. ф? При какомъ въ 3 кб. ф.? Какой объемъ будетъ при давленіи 4 атмосферъ? $^1/_5$ атмосферы?

553. Пузырь заключаетъ 4,3 кб. ф. воздуха при давленіи 740 мм. Найти объемъ его при давленіи 0,76 мет. От. 4,186.

554. При какомъ давленіи 30 литр. газа, находящагося подъ давленіемъ атмосферы, обратятся въ 5 лит? *От.* 6 атмосферъ.

555. Одинъ куб. футъ воздуха при 0° и давленіи 30 дюй. вѣситъ 8,62 зол. Опредѣлить вѣсъ 12,4 кб. ф. при давленіи 25 дюй. *От.* 89,074 зол.

556. При какомъ давленіи 25 кб. мет. воздуха вѣсятъ 1 кгр.? 1 гр.? 1 декагр.? *От.* 23,51 миллим.

557. Опредѣлить вѣсъ 8,25 литровъ воздуха при давленіи $3^1/_2$ атмосферъ. *От.* 37,335 гр.

558. Опредѣлить вѣсъ 124 кб. мет. воздуха при давленіи 75 цент. *От.* 158,22 кгр.

559. Опредѣлить вѣсъ 42,298 кб. сажень воздуха при давленіи 28,2 дюй. *От.* 30,6 пуда.

560. Опредѣлить вѣсъ 100 кб. мет. угольной кислоты при давленіи 4,5 атм. Плотность угольной кислоты = 1,524. *От.* 886,72 кгр.

561. Опредѣлить вѣсъ 360 литровъ водорода при давленіи 3,5 мет.; удѣл вѣсъ = 0,07. *От.* 150,05 гр.

562. Опредѣлить вѣсъ 100 кб. ф. хлора при давленіи 30 дюй.; плот. = 2,44. *От.* 21,91 фун.

563. Удѣл. вѣсъ воздуха при 0° и нормальномъ давленіи = 0,0012991. Найти уд. вѣсъ его при давленіи 780 мм. *От.* 0,0013333.

564. Найти удѣл. вѣсъ воздуха при давленіи 740 мм. *От.* 0,0012649.

565. Плотность угольной кислоты = 1,524. Найти ея плотность при давленіи 700 мм. *От.* 1,4037.

566. Какому давленію должно подвергнуть водородъ, чтобъ его плотность равнялась 1? Уд. в. водорода = 0,07. *От.* 14,285 атмосферъ.

567. Объемъ воздуха вѣситъ 3 ф. при нормальномъ давленіи. Найти вѣсъ того же объема при давленіи 26,7 д. *От.* 2,67 ф.

568. Бочка газа находится подъ давленіемъ атмосферы. При какомъ давленіи газъ займетъ 10 ведеръ? 100? 200? Какой объемъ будетъ имѣть подъ давленіемъ 10 атм.? $^1/_{10}$ атм.? $^3/_4$ атм.?

569. Пузырь содержитъ 6,354 литровъ воздуха подъ давленіемъ 0,76 мет. Найти его объемъ подъ давленіемъ 640 мм. *От.* 7,545 лит.

570. Пузырь содержитъ 4,3 лит. газа подъ давленіемъ 740 мм; опредѣлить его объемъ при давленіи 760 мм. *От.* 4,186 лит.

571. При какомъ давленіи 20 литровъ газа займутъ объемъ 8 лит.? *От.* $2^1/_2$ атм.

572. Найти вѣсъ одного литра воздуха при давленіи 72 цент.? *От.* 1,22 гр.

573. Газъ занимаетъ объемъ 35 кб. цент. при давленіи 0,75 м; найти его объемъ при давленіи 780 мм. *От.* 33,65.

574. Въ цилиндрѣ, на разстояніи 4 дюй. отъ дна его, находится поршень; упругость воздуха подъ поршнемъ равна давленію атмосферы; выдвигаютъ поршень кверху еще на 4 дюй. Какую нужно употребить силу, чтобъ удержать поршень? *От.* $^1/_2$ атм.

575. До какой глубины нужно погрузить въ воду колоколъ, наполненный воздухомъ при нормальномъ давленіи атмосферы, чтобъ сжать воздухъ въ колоколѣ въ n разъ? *От.* $(n-1)$ 34 фута.

576. Какую силу нужно употребить (зад. 574), еслибъ поршень былъ выдвинутъ на 8 д.? на 12? на 90?

577. Поршень 8 дюй. въ діаметрѣ отстоитъ отъ дна цилиндра на 6 ф; его вдвигаютъ до 3-хъ ф. Какой нужно положить на него грузъ, чтобъ удержать въ равновѣсіи, если въ пер-

вомъ положеніи упругость воздуха подъ поршнемъ равнялась атмосферному давленію, а барометръ показывалъ 28 дюйм. *От.* Грузъ = давленію атмосферы = 19,14 пд.

578. Вертикальная цилиндрическая трубка погружена открытымъ концомъ въ глубокій сосудъ со ртутью и содержитъ въ верхней своей части сухой воздухъ или газъ, находящійся надъ колонной ртути; длина пространства, занимаемаго газомъ = h мил.; высота ртутной колонны надъ свободной поверхностью ртути въ сосудѣ = h_1 мм; давленіе атмосферы = H мм. Какъ велика упругость воздуха въ трубкѣ, или, иначе говоря, подъ какимъ давленіемъ онъ находится? *От.* $H - h_1$.

579. Рѣшить зад. 578, полагая $H = 760$; $h_1 = 500$ миллим. *От.* 260 милл.

580. Какъ велика будетъ (зад. 578) колонна ртути и длина пространства, занятаго воздухомъ, если поднять трубку на h_2 мм. вверхъ изъ ртути, такъ что вертикальная высота трубки буд. $h + h_1 + h_2$ мм. *Рѣш.* Означивъ x длину воздушнаго столба, найдемъ длину ртутной колонны $= h + h_1 + h_2 - x$; по закону Маріотта имѣемъ $\frac{h}{x} = \frac{H - h - h_1 - h_2 + x}{H - h_1}$,

откуда $x = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\frac{A^2}{4} + h(H - h_1)}$, гдѣ $A = h + h_1 + h_2 - H$.

581. Рѣшить зад. 580, полагая $H = 760$; $h_1 = 660$; $= 9$; $h_2 = 171$ миллим. *От.* 90 и 750 миллим.

582. Какъ велико давленіе атмосферы, если, опустивъ трубку (зад. 578) на h_2 мм., находимъ, что уровень ртути внутри трубки сравнялся съ уровнемъ въ сосудѣ? *От.* $\frac{hh_1}{h_2 - h_1}$.

583. Рѣшить зад. 582, полагая $h = 80$; $h_1 = 285$; $h_2 = 315$ миллим. *От.* Нормальное давленіе.

584. Имѣемъ трубку для доказательства Маріоттова закона; оба колѣна ея цилиндрическія и имѣютъ вертикальное положеніе; площадь поперечнаго разрѣза каждаго колѣна = n квад. цент.; уровень ртути одинакій; высота столба воздуха въ маломъ колѣнѣ = h цент. — Сколько нужно влить килогр. ртути въ длинное колѣно, чтобъ воздухъ въ короткомъ колѣнѣ занялъ длину h_1 цент.? Давленіе атмосферы = H цент.

Рѣш. Такъ какъ воздухъ долженъ быть сжатъ въ $\frac{h}{h_1}$ разъ, то должно прилить $\left(\frac{h}{h_1} - 1\right)Hn$ куб. цент. ртути; но когда воздухъ займетъ въ маломъ колѣнѣ высоту h_1, то ртуть опустится въ большомъ на $h - h_1$ цент. и на столько же поднимется въ маломъ колѣнѣ; поэтому въ длинное колѣно нужно прилить еще $2n\,(h - h_1)$ куб. цент. ртути, такъ что все количество прилитой ртути $= \frac{n\,(h - h_1)(H + 2h_1).\,13{,}6}{h_1\,1000}$ кгр.

585. Рѣшить зад. 584, полагая $h = 1$ децим.; $h_1 = 2$ цент., $n = 1$ кв. цент.; $H = 760$ милл. *От.* 4,352 кгр.

586. Опредѣлить длину воздушнаго столба въ закрытомъ колѣнѣ трубки Маріотта (зад. 584), если въ длинное колѣно налили a кгр. ртути. *Рѣш.* Объемъ влитой ртути $= \frac{a}{13{,}6}$ литр. $= \frac{1000a}{13{,}6}$ куб. цент.; полагая высоту воздушнаго столба въ закрытомъ колѣнѣ $= x$ цент., найдемъ, что уровень ртути измѣнился на $2\,(h - x)$; слѣд. $2\,n\,(h - x)$ куб. цент. ртути нужно влить только для уравновѣшенія ртути, поднявшейся въ короткомъ колѣнѣ; поэтому для сжатія воздуха употреблено $\frac{1000a}{13{,}6} - 2n\,(h - x)$ куб. цент. ртути; прежній объемъ воздуха $= nh$; теперь онъ $= nx$ кубическихъ цент., и, по закону Маріотта, имѣемъ: $\frac{nx}{nh} = \frac{nH}{nH + \frac{1000a}{13{,}6} - 2n\,(h - x)}$, откуда опредѣлится x.

587. Цилиндрическая трубка, которой длина h, наполнена ртутью до высоты h_1; опрокинемъ эту трубку открытымъ концомъ въ ртуть и погрузимъ такъ, что длина погруженной части $= b$. Опредѣлить, какая длина трубки будетъ занята воздухомъ и какая ртутью? Давленіе атмосферы = H. *Рѣш.* Если

длина воздушнаго столба $= x$, то длина ртутнаго столба въ трубкѣ $= h - b - x$, и изъ уравненія $H(h - h_1) = (H - h + b)x + x^2$ найдемъ x.

588. Воздухъ въ маломъ колѣнѣ трубки Маріотта занимаетъ объемъ $= 2^1/_2$ кб. дюй., когда поверхность ртути стоитъ въ обоихъ колѣнахъ на одной высотѣ; наливаютъ въ длинное колѣно ртути до тѣхъ поръ, пока воздухъ въ короткомъ займетъ $^1/_2$ кб. д. Опредѣлить разность уровней. Давленіе атмосферы $=$ 30 д *От.* Воздухъ сжатъ въ 5 разъ, слѣд. разность уровней 120 д.

589. Въ пространство, гдѣ должна быть Торичелліева пустота, попалъ воздухъ; высота ртути $= 29{,}8$ д; погрузивъ барометрическую трубку въ глубокій сосудъ со ртутью до тѣхъ поръ, пока воздухъ занялъ $^1/_3$ прежняго объема, нашли высоту ртути 29,5 д. Опредѣлить истинную высоту барометра. *Рѣш.* Упругость воздуха въ первомъ случаѣ $= h - 29{,}8$; во второмъ $h - 29.5$; по закону Маріотта $h - 29{,}8 = \frac{h - 29{,}5}{3}$, откуда $h = 29{,}95$.

590. Имѣемъ двѣ трубки, погруженныя открытыми концами въ ртуть; въ каждой изъ нихъ сверху ртути находится воздухъ; высоты ртути h и h_1 дюйм. Опредѣлить плотность заключающагося въ нихъ воздуха, если высота барометра $= 30$ д. и плотность воздуха при этой высотѣ 0,0012. *Рѣш.* Упруг. воздуха $30 - h$ и $30 - h_1$, и по закону Маріотта, $\frac{x}{0{,}0012} = \frac{30 - h}{30}$ и $\frac{x_1}{0{,}0012} = \frac{30 - h_1}{30}$, откуда опредѣлятся x и x_1.

591. Въ пространствѣ, гдѣ должна быть Торичелліева пустота, помѣщается 1 кб. дюй. воздуха; высота ртути $= 25$ дюй. Поднявши трубку такъ, что воздухъ занялъ $1^1/_2$ кб. дюй., нашли высоту ртути 28 дюй. Опредѣлить истинную высоту барометра. *От.* $h - 25 = 1{,}5\ (h - 28)$, откуда $h = 34$ дюй.

592. Имѣемъ два сосуда, соединенныхъ краномъ; верхній сосудъ наполненъ водородомъ, а нижній угольной кислотой (опытъ Бертоле); температура и давленіе обоихъ газовъ одинаковы; объемъ верхняго сосуда $= v_1$, а нижняго v_2 литровъ. Опредѣлить упругость газа въ каждомъ сосудѣ чрезъ нѣсколько времени по открытіи крана *Рѣш.* Каждый газъ распространяется въ обоихъ сосудахъ такъ, какъ бы эти сосуды были пустые; поэтому упругость водорода будетъ $\frac{v_1 h}{v_1 + v_2}$; упругость угольной кислоты $= \frac{v_2 h}{v_1 + v_2}$; слѣдов. упругость смѣси $= h$.

593. Въ закрытый сосудъ, котораго объемъ $= v$ лит., введено v_1 лит. одного газа, котораго упругость h_1; v_2 лит. другаго газа упруг. h_2 и v_3 лит. третьяго, находившагося подъ давленіемъ h_3 Опредѣлить упругость смѣси. (Предполагается, что данные газы не соединяются между собой химически). *Рѣш.* При смѣшеніи газовъ, не дѣйствующихъ химически другъ на друга, упругость смѣси равна суммѣ упругостей, которыя имѣлъ бы каждый газъ, еслибъ онъ одинъ занималъ весь объемъ смѣси (законъ Дальтона); поэтому искомая упругость $h = \frac{v_1 h_1 + v_2 h_2 + v_3 h_3}{v}$. Положивъ въ этомъ выраженіи $h_1 = h_2 = h_3$ и $v_1 + v_2 + v_3 = v$, найдемъ $h = h_1$; то есть опытъ Бертоле (зад. 592) есть только частный случай закона Дальтона.

594. Въ герметически закрытомъ цилиндрическомъ сосудѣ, котораго высота h, налита ртуть до высоты h_1; остальная часть сосуда занята воздухомъ, котораго упругость $=$ давленію атмосферы $= H$ Какой высоты столбъ ртути вытечетъ, если въ днѣ сосуда сдѣлать малое отверстіе, такъ что внѣшній воздухъ не можетъ входить въ сосудъ? *Рѣш.* Истеченіе прекратится тогда, когда высота оставшагося ртутнаго столба $+$ давленіе внутренняго воздуха будутъ уравновѣшивать давленіе атмосферы: поэтому означивъ высоту вытекшаго столба ртути чрезъ x, получимъ уравненіе $H = h_1 - x + \frac{H(h - h_1)}{h - h_1 + x}$, откуда опредѣлится x.

595 Рѣшить зад 594 относительно жидкости, которой плотность d. *Рѣш.* Для этого должно высоту барометра H выразить высотой столба данной жидкости, то есть $\frac{13,6.H}{d}$ и это выраженіе подставить въ формулу предъидущей задачи вмѣсто H.

596. Вертикальная цилиндрическая трубка съ ртутью и воздухомъ погружена открытымъ концомъ въ сосудъ со ртутью, такъ что уровень ртути въ трубкѣ и сосудѣ одинакій; длина пространства, занятаго воздухомъ, $= h$; высота барометра $= H$. Поднимаемъ трубку, такъ что разстояніе отъ верхняго конца ея до уровня ртути въ сосудѣ $= h_1$. Найти длину пространства, занятаго воздухомъ. *Рѣш.* Означивъ искомую длину чрезъ x, найдемъ длину въ трубкѣ $= h_1 - x$, и, по закону Маріотта, имѣемъ: $\frac{h}{x} = \frac{H - h_1 + x}{H}$ откуда $x = \frac{h_1 - H}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{h_1 - H}{2}\right)^2 + Hh}$.

597. Найти истинное давленіе атмосферы по слѣдующимъ даннымъ: барометръ показывалъ h дюй.; когда же опустили его въ чашечку, такъ что пространство, гдѣ должна быть Торичелліева пустота, сдѣлалось въ $2^1/_2$ раза меньше прежняго, то высота барометра была h_1 дюй. *От.* $\frac{5h - 2h_1}{3}$.

598. Цилиндрическая трубка, запаянная съ одного конца, погружена въ сосудъ со ртутью и содержитъ газъ подъ давленіемъ 30 дюй.; длина трубки надъ ртутью 20 дюй; уровень ртути въ трубкѣ и сосудѣ одинакій. Опредѣлить, какую длину трубки займетъ воздухъ, если трубку поднять такъ, чтобъ разстояніе ея вершины отъ уровня ртути въ сосудѣ = 28 дюй. *От.* 23,51 дюй.

599. Въ колоколѣ воздушнаго насоса помѣщается a, а въ цилиндрѣ a_1 фунтовъ воздуха. Сколько останется воздуха подъ колоколомъ послѣ n качаній? *От.* $\left(\frac{a}{a + a_1}\right)^n$.

600. Рѣшить зад. 594, полагая $H = 30$; $h = 20$, $h_1 = 13^1/_3$ дюйм. *От.* $3^1/_3$ дюй.

601. Рѣшить зад. 587, полагая $H = 32$; $h = 60$; $h_1 = 58^1/_8$; $b = 35$ дюйм. *От.* 5 дюй.

205 Какую скорость пріобрѣтетъ падающее тѣло въ концѣ 8-й сек?

* 206. Найти высоту башни, если камень долетѣлъ съ нея до земли въ $3^1/_2''$. *От.* 119 ф.

207. Какое пространство прошло бы падающее тѣло въ 5-ю и 6-ю секунду въ Петербургѣ, если-бъ послѣ четырехъ секундъ паденія земля перестала его притягивать? *От.* 257,6 ф.

208. Какую скорость пріобрѣтетъ тѣло, падающее съ высоты 6440 ф. при ударѣ о землю? *От.* $v = \sqrt{2gh} = 644$ ф.

209. Во сколько секундъ тѣло долетитъ до земли съ высоты 490 м? *От.* 10″.

210. Съ какой высоты должно упасть тѣло, чтобъ, при ударѣ о землю, имѣть скорость 845 ф.? *От.* $h = \frac{v^2}{2g} = 3$ в. 84с.

211. Два тѣла падаютъ съ высоты 122,5 м. одно на лунѣ, другое на землѣ. Во сколько разъ первое упадетъ медленнѣе? *От.* 2,428.

212 Сколько времени употребитъ тѣло, падающее съ высоты 1586, 3 м. на юпитерѣ, чтобъ достигнуть его поверхности? *От* 10″,97.

213 Опредѣлить скорость, пріобрѣтенную тѣломъ, падающимъ съ высоты 400 м. на землѣ, лунѣ и юпитерѣ. *От.* 88,546; 36,46; 145,24 м.

214. Сколько метровъ пройдетъ падающее тѣло въ 10″ на землѣ, лунѣ, солнцѣ и юпитерѣ? *От.* 490; 83,1; 1318,5 и 13928 м.

215. Найти скорость, пріобрѣтенную при ударѣ о землю, тѣломъ, упавшимъ съ высоты 490 м., и время, употребленное имъ для паденія. *От.* 98 м.; 10″.

216. Съ какой высоты должно упасть тѣло на землѣ и лунѣ, чтобъ пріобрѣсти въ концѣ паденія скорость 325,74 м. *От.* 5413,5 и 31921 м

217. Два тѣла начали падать съ одного мѣста черезъ n сек. одно послѣ другаго. Черезъ сколько времени онѣ будутъ одно отъ другаго на данномъ разстояніи a? *Рѣш.* Означивъ черезъ

x число секундъ, которое было въ пути тѣло, начавшее падать послѣ, получимъ время паденія перваго тѣла $= x + n$, и по условію задачи имѣемъ ур. $\frac{g(x+n)^2}{2} - \frac{gx^2}{2} = a$, откуда $x = \frac{a}{ng} - \frac{n}{2}$.

218. Два тѣла начали падать съ одного мѣста черезъ секунду одно послѣ другаго. Черезъ сколько времени онѣ будутъ на разстояніи 322 ф? *От.* $9''{}^1/_2$.

219. Съ высоты h брошены два камня одинъ за другимъ черезъ t''. На какомъ разстояніи находится первый при началѣ движенія втораго? Каково разстояніе отъ втораго до земли, когда первый ударится о землю? Сколько времени употребитъ каждый камень для паденія? ***Рѣш.*** Такъ какъ первый камень летѣлъ t'' до того времени, когда началъ падать второй, то онъ находится отъ втораго на разстояніи $\frac{gt^2}{2}$; всю высоту h онъ пролетѣлъ во время $x = \sqrt{\frac{2h}{g}}$; въ это время второй пролетѣлъ $\frac{g(x-t)^2}{2}$ и находился отъ земли на разстояніи

$$h - \frac{g}{2}(x-t)^2 = gt\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - \frac{t}{2}\right).$$

220. Два шара находятся на разстояніи h одинъ отъ другаго и на одной вертикальной линіи; опускаемъ верхній шаръ, и когда онъ пройдетъ простр. h_1, опускаемъ нижній. Какое пространство пройдутъ эти тѣла до встрѣчи? ***Рѣш.*** Означивъ чрезъ x время, которое употреблено нижнимъ шаромъ до встрѣчи, получимъ время верхняго $= x + \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$, пройденныя ими пространства будутъ $\frac{gx^2}{2}$ и $\frac{g}{2}\left(x + \sqrt{\frac{2h_1}{g}}\right)^2$; но второе больше перваго на величину h; поэтому, составивъ ур. и рѣшивъ его, найдемъ $x = \frac{h - h_1}{\sqrt{2gh_1}}$; а пройд. прост. будутъ

$\frac{(h-h_1)^2}{4h_1}$ и $\frac{(h+h_1)^2}{4h_1}$. Задача возможна только при условіи $h_1 < h$.

221. Рѣшить зад. 220, полагая h=400; h_1=64 ф. *От.* 841 и 441 ф.

222. Съ высоты h опускаютъ два камня одинъ за другимъ, такъ что, при началѣ паденія втораго, первый прошелъ h_1. Найти черезъ сколько времени послѣ перваго камня былъ брошенъ второй и въ какомъ разстояніи отъ земли будетъ второй камень, когда первый ударится о землю. ***Рѣш.*** Второй камень опущенъ черезъ $\sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ сек. послѣ перваго и слѣд. до удара перваго о землю онъ двигался $\sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ сек.; въ это время онъ прошелъ простр. $\frac{g}{2}\left(\sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2h_1}{g}}\right)^2 = (\sqrt{h} - \sqrt{h_1})^2$ и наход. отъ земли на разст. $2\sqrt{hh_1} - h_1$.

223 Рѣшить предъид. зад., полагая h=500, h_1=50 ф. *От.* 1″,77; 267,516 ф.

224. Тѣло брошено сверху внизъ по вертикальной линіи со скоростью 50 м. Черезъ сколько секундъ его скорость будетъ 99 м. и какое пространство пройдетъ оно въ это время? ***Рѣш.*** Изъ ур. $v = v_0 + gt$ и $h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$ найдемъ $t = 5''$ и h=372,5 м.

225. Два тѣла падаютъ изъ одной точки спустя секунду одно послѣ другаго. Черезъ сколько времени онѣ буд. на разстояніи 98 м. другъ отъ друга? *От.* $9''{}^1/_2$.

226. Тѣло брошено сверху внизъ со скор. v_0. Во сколько времени оно пролетитъ высоту h? ***Рѣш.*** Изъ ур. $h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$ найдемъ $t = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$.

227. Камень брошенъ въ ровъ со скор. 35,6 ф. Во сколько времени онъ долетитъ до дна, если глубина рва 400 ф? *От.* 4″.

228. Въ колодецъ бросили камень, и звукъ отъ удара его о воду былъ слышенъ черезъ t'' послѣ начала паденія. Опредѣлить глубину колодца, принимая въ соображеніе, что звукъ распространяется равномѣрно со скоростью a. *Рѣш.* Назвавъ t_1 и t_2 времена паденія камня и распростаненія звука, имѣемъ $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, $t_2 = \frac{h}{a}$ и $t = \frac{h}{a} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$, откуда $h = \frac{a}{g}\left[a + gt \pm \sqrt{a(a + 2gt)}\right]$.

* 229. Рѣшить зад. 222, полагая $h = 1225$; $h_1 = 256$ ф. *От.* 4″; 864 ф.

* 230. Рѣшить зад. 222 полагая $h = 1225$; $h_1 = 1156$ ф. *От.* $8^1/_2$″; 1224 ф.

231 Рѣшить зад. 228, полагая $t = 10''$; $a = 1100$ ф. *От.* 1261, 3 ф.

232. Рѣшить зад. 228, полагая $t = 3''$; $a = 337$ м. *От.* 40, 8 м.

233. Гирька прошла на Атвудовой машинѣ въ 1-ю сек. 12 дюйм. Сколько пройдетъ она въ 5″? Сколько въ 4-ю сек.? Какую скорость пріобрѣтетъ въ концѣ 4-й сек.? Какъ повѣрить на Атв. маш. законъ пріобрѣтенной скорости?

234. Каждая изъ гирь Атв. маш. вѣситъ 50 гр., вѣсъ привѣска = 5 гр., опредѣлить ускореніе и пространство, пройденное въ 5″. *От.* 0,47 и 5,875 м.

235. Вѣсъ каждой гири Атв. маш. $= a$, а прибавочный вѣсъ b. Опредѣлить ускореніе. *От.* $\frac{b}{2a + b}\,g$.

236. Во сколько разъ привѣсокъ Атв. маш. долженъ быть легче каждой изъ гирь, чтобъ ускореніе $= \frac{g}{n}$? *От.* $\frac{2}{n - 1}$

237. Привѣсокъ Атв. маш. = 1 зол.; каждая изъ гирь = 49,5 з. Опредѣлить пространство, которое пройдетъ гиря въ 5″ *От.* 4,025 ф.

* 238. Каково должно быть отношеніе прибавочнаго груза Атв. маш. къ вѣсу каждой изъ гирь, чтобъ гиря прошла 121 д. въ $5^1/_2$″? *От.* $\frac{2}{47}$.

* 239. Ускореніе на Атв. маш. = 2 ф. Найти отношеніе прибавочнаго груза къ вѣсу гири *От* $\frac{2}{15}$.

* 240. Прибавочный грузъ Атв. маш. вѣситъ 2 зол.; пространство, проходимое гирей въ 1-ю сек, = 2 ф. Найти вѣсъ каждой гири. *От.* 7 зол.

241. Шаръ, катящійся по накл. плос., прошелъ въ 1-ю сек. 8 д. Сколько пройдетъ онъ въ 4, 6, 7″? Сколько въ 3-ю, 5-ю? Какую скорость будетъ имѣть въ концѣ 8-й?

242. Шаръ катится отъ дѣйствія тяжести по плоскости, наклоненной къ горизонту подъ уг. m. Опредѣлить ускореніе. *От.* $g \operatorname{sn} m$.

243. Высота наклонной плос. h; длина l. Найти ускор. *От.* $g\,\frac{h}{l}$.

244. Доказать, что тѣло, падающее по накл. плос., пріобрѣтаетъ при концѣ ея такуюже скорость, какую оно имѣло бы при ударѣ о землю, падая вертикально съ высоты плоскости. *Рѣш.* $v = \sqrt{2gl \operatorname{sn} m} = \sqrt{2gh}$.

245. Во сколько времени тѣло пройдетъ длину наклонной плоскости, которой высота h, а уг. m? *От.* $t = \frac{1}{\operatorname{sn} m}\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

246. Тѣло въ a ф. вѣсу падаетъ по плоскости, которой уг. m. Найти величину движущей силы. *От.* $a \operatorname{sn} m$.

247. Подъ какимъ уг. m д. б. наклонена плоскость, чтобъ тѣло на ней имѣло ускореніе $\frac{g}{n}$? *От.* $m = \operatorname{arc.\,sn}\left(\frac{1}{n}\right)$.

248 Рѣшить зад. 247, полагая $n = 2$ и 10? *От.* 30° и 5° 44′ 20″.

249. Во сколько времени тѣло пройдетъ 137 ф. по плоскости, наклоненной подъ уг. 48°20′? *От.* $3''^3/_8$.

* 250. Какую скорость имѣютъ сани, скатившись съ ледяной горы въ 100 ф. выш? *От.* 80 ф.

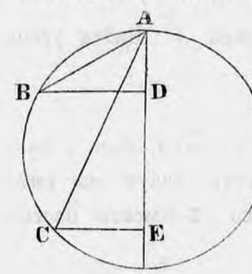
251. Плоскость наклонена подъ уг. 25°7′. Какое пространство пройдетъ по ней тѣло въ 5″,3? *От.* 192 ф.

252. **Опредѣлить** высоту и уг. накл. плоскости, которой длина 805 ф., чтобы тѣло могло пройти ее, отъ дѣйствія тяжести, въ 10″. *От*. 402,5; 30°.

* 253. Длина накл. плоскости въ 8 разъ болѣе высоты. Найти пространство, пройденное въ 1″, 6″, въ 3-ю сек.

254. Во сколько времени тѣло пройдетъ длину l наклонной плос., которой высота h? *Рѣш*. Изъ ур. $l = \frac{g \sin m t^2}{2}$ найдемъ $t = \sqrt{\frac{2l}{g \sin m}} = \sqrt{\frac{2l^2}{gh}}$.

255. Доказать, что если имѣемъ кругъ въ вертикальной плоскости и изъ высшей точки его A проведемъ какія нибудь хорды AB, AC, то тѣло, падая изъ A по этимъ хордамъ отъ дѣйствія тяжести, дойдетъ до концовъ ихъ B и C въ одно и тоже время. *Рѣш*. Полагая AD $= h$, AE $= h_1$, AB $= l$, AC $= l_1$, по зад. 254 найдемъ $t = \sqrt{\frac{2l^2}{gh}}$; $t_1 = \sqrt{\frac{2l_1^2}{gh_1}}$; но по свойству хордъ имѣемъ: $l^2 = 2rh$; $l_1^2 = 2rh_1$, откуда $\frac{l^2}{h} = 2r = \frac{l_1^2}{h_1}$; слѣд. $t = t_1$.



256. Имѣемъ прямую CD, наклонную къ горизонту; надъ нею въ точкѣ A находится тѣло; опредѣлить положеніе плоскости, двигаясь по которой отъ дѣйствія тяжести, тѣло A достигнетъ CD въ кратчайшее время. *Рѣш*. Проведя чрезъ A вертикальную линію до встрѣчи съ CD въ точкѣ B, опишемъ окружность такъ, чтобы она проходила чрезъ точку A, касалась CD, и чтобъ центръ ея находился на AB; для этого изъ A опускаемъ на CD перпендикуляръ AM и проводимъ линію, дѣлящую уголъ BAM пополамъ; точка E пересѣченія этой линіи съ BC буд. точка прикосновенія; центръ найдемъ, возставивъ изъ E перпендикуляръ къ CD до пересѣченія съ AB.

Линія AE опредѣляетъ положеніе искомой плоскости, потому что, проведя какую нибудь линію AN, пересѣкающую окружность въ K, найдемъ, что (по зад. 255) тѣло употребитъ столько же времени на прохожденіе всей AE, сколько на прохожденіе части AK линіи AN.

* 257. Высота наклонной плоскости $= \frac{1}{4}$ длины. Какое пространство пройдетъ тѣло въ 6″?

258. Тѣло брошено вверхъ по вертик. линіи со скоростью v_0. Найти 1., скорость его въ концѣ t-й сек.; 2., пространство, пройденное въ t''; 3., во сколько времени долетитъ оно до высшей точки; 4., наибольшую высоту поднятія; 5., скорость при ударѣ о землю и 6., черезъ сколько времени послѣ бросанія оно возвратится назадъ? *Рѣш*. По законамъ равномѣрно-замедлительнаго движенія найдемъ 1., $v = v_0 - gt$; 2., $h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$; 3., изъ ур. $v_0 - gt = 0$ опредѣлимъ $t = \frac{v_0}{g}$; 4., подставивъ (3) во (2) найдемъ $h = \frac{v_0^2}{2g}$; 5, $v = \sqrt{2gh} = \sqrt{\frac{2gv_0^2}{2g}} = v_0$; 6, $t = \frac{2v_0}{g}$.

259. Опредѣлить скорость, пріобрѣтенную въ концѣ 24-й сек., и пространство, пройденное въ 24″ тѣломъ, брошеннымъ вертикально вверхъ со скор. 5384 ф. *От*. 4611,2 ф. и 34 в. 134 с. 4,4 ф.

260 Какое простр. прошло бы въ 11-ю сек. тѣло, брошенное вверхъ со скор. 1610 ф., еслибъ черезъ 10″ послѣ начала движенія земля перестала его притягивать? *От*. 1288 ф.

261. Сколько футовъ прошло бы тѣло, брошенное вверхъ со скор. 856 ф. въ теченіе 7-й, 8-й и 9-й сек. движенія, еслибъ по прошествіи 5″ прекратилось дѣйствіе тяжести? *От*. 2085 ф.

262. Черезъ сколько времени скор. тѣла, брошеннаго вверхъ со скор. 2400 ф., будетъ 1112 ф.? *От*. 40″.

263. Сколько времени будетъ летѣть вверхъ тѣло, брошенное вертикально со скор. 1610 ф? *От*. 50″.

264. До какой высоты долетитъ тѣло, брошенное вертик. вверхъ со скор. 966 ф? *От.* 4 в. 70 с.

265. Сколько времени пройдетъ, пока тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скоростью 579,6 ф. вернется на землю? *От.* 36″.

266. Какова должна быть начальная скорость тѣла, брошеннаго вертикально вверхъ, чтобъ оно воротилось на землю чрезъ 20″? *От.* 322 ф.

267. Какова должна быть начальная скорость тѣла, брошеннаго вертикально вверхъ, чтобъ оно достигло высоты h? *От.* $\sqrt{2gh}$.

268. Какова должна быть начальная скорость тѣла, брошеннаго вертикально вверхъ, чтобъ оно достигло высшей точки въ t''? *От.* gt.

269. Каково должно быть напряженіе тяжести, чтобъ тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скор. v_0 достигло высшей точки въ t''? *От.* $\frac{v_0}{t}$.

270. Съ какой скоростью должно быть брошено тѣло вертикально вверхъ на землѣ, лунѣ, солнцѣ, юпитерѣ, чтобъ оно достигло высшей точки въ 10″?

271. Съ какой скоростью нужно бросить тѣло вверхъ по вертик. линіи, чтобъ оно отлетѣло отъ земли на 20 верстъ? *От* 2123,2 ф.

272. Тѣло брошено верт. вверхъ со скоростью 125 м. Опредѣлить наибольшую высоту поднятія. *От.* 797,2 м.

273. Опредѣлить наибольшую высоту поднятія тѣла, брошеннаго вертикально вверхъ со скор. 100 м., на землѣ, лунѣ юпитерѣ. *От.* 510,2; 3008,4 и 189,6 м.

274. Найти скорость тѣла, брошеннаго вертикально вверхъ, когда оно будетъ на разстояніи h отъ земли. Начальная скорость $=$ с. *Рѣш.* Опредѣливъ t изъ ур. $h = ct - \frac{gt^2}{2}$, найдемъ $v = c - gt = \sqrt{c^2 - 2gh}$.

275. Тѣло брошено вертикально вверхъ со скор. c. Опредѣлить его скорость, когда оно, при паденіи, будетъ въ разст. h отъ земли. *Рѣш.* Пространство, пройденное тѣломъ при паденіи $= \frac{c^2}{2g} - h = \frac{gt^2}{2}$. Исключивъ t изъ этого ур. и ур. $v = gt$, найдемъ $v = \sqrt{c^2 - 2gh}$. Изъ зад. 274 и 275 видно, что тѣло при движеніи вверхъ имѣетъ въ каждой точкѣ пути такую же скорость, какую оно буд. имѣть въ той же точкѣ при обратномъ паденіи внизъ.

276. На какомъ разстояніи отъ начала движенія тѣло, брошенное вертикально вверхъ, будетъ имѣть скорость въ n разъ менѣе начальной? *Рѣш.* Исключивъ t изъ ур. $\frac{c}{n} = c - gt$ и $h = ct - \frac{gt^2}{2}$, найдемъ $h = \frac{c^2 (n^2 - 1)}{2 n^2 g}$.

277. Съ какой скоростью тѣло брошено верт. вверхъ, если въ первые 5″ оно прошло 917,5 ф.? *От.* 264 ф.

278. Черезъ сколько времени тѣло, брошенное верт. вверхъ со скор. 100 м, вернется на землю? *От.* 20″,4.

279. Какова должна быть начальная скорость, чтобъ тѣло въ 8″ поднялось отъ земли на 569,6 ф.? *От.* 200 ф.

* 280. На какую высоту залетитъ тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скоростью 300 ф.? *От.* 200 с. 6¼ ф.

281. Какое пространство пройдетъ въ 7″ тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скор. 548 ф, и какую скорость будетъ имѣть въ концѣ 10-й сек? *От* 3047,1 ф. и 226 ф.

282. Какую скорость пріобрѣтетъ тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скоростью 2000 ф., при ударѣ о землю?

283. Черезъ сколько секундъ вернется на землю тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скоростью 644 ф? *От.* 40″.

284. Какое пространство пройдетъ въ 15″ тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скор. 1500 ф.? *От.* 5 в. 196 с. 5, 5 ф.

285. Сколько футовъ прошло бы тѣло, брошенное вертикально вверхъ со скор. 600 ф, въ теченіе 10″, слѣдующихъ на 5-й сек. его движенія, еслибъ чрезъ 5″ послѣ начала движенія земля перестала его притягивать? *От* 4390.

286. Во сколько времени тѣло, брошенное верт. вверхъ со скор. 250 ф., пройдетъ 890 ф.? *От.* 10″.

287. Опредѣлить скорость тѣла, брошеннаго вверхъ со скор. 638 ф., на разст. 4770 ф. отъ земли. *От.* 316 ф.

288. Опредѣлить наибольшую высоту поднятія тѣла, брошеннаго вертикально вверхъ со скор. 980 ф., на землѣ лунѣ, солнцѣ, юпитерѣ. *От.* 4592;27075;1706,5; 161,5, м.

289. Съ какой скоростью брошено верт. вверхъ тѣло, если оно въ первыя 10″ движенія прошло 2390 ф? *От.* 400 ф.

290. Два тѣла брошены вертикально вверхъ со скор. v_0 одно послѣ другаго; второе двигалось t'' до встрѣчи съ первымъ. Черезъ сколько секундъ послѣ перваго было брошено второе? *Рѣш.* Пусть искомое число секундъ $= x$. По зад. 274 и 275 скор. обоихъ тѣлъ въ точкѣ встрѣчи равны, слѣдоват. $v_0 - gt = gz$, гдѣ z время, употребленное вторымъ тѣломъ на прохожденіе пространства отъ наибольшей высоты поднятія до точки встрѣчи; это время $= t + x$ безъ времени, употребленнаго первымъ тѣломъ для достиженія высшей точки; слѣд. $z = t + x - \frac{v_0}{g}$, или $v_0 - gt = g\left(t + x - \frac{v_0}{g}\right)$, откуда $x = \frac{2(v_0 - gt)}{g}$.

291. Два тѣла брошены вверхъ, одно послѣ другаго, со скоростью 100 м; до встрѣчи ихъ прошло 8″,7. Опредѣлить промежутокъ времени между началомъ движенія того и другаго тѣла. *От.* 3″.

292. Два тѣла брошены вверхъ по верт. линіи со скор. v_0, одно послѣ другаго, черезъ t''. Сколько времени буд. двигаться второе (т. е. брошенное послѣ) до встрѣчи съ первымъ? *Рѣш.* По ур. зад. 275 найдемъ $x = \frac{v_0}{g} - \frac{t}{2}$. Задача возможна только тогда, когда $t < \frac{2v_0}{g}$.

293. При началѣ паденія тѣла съ высоты h бросаютъ съ земли вверхъ другое тѣло со скор. a. Найти черезъ сколько времени

отъ начала движенія и на какомъ разст. отъ земли тѣла встрѣтятся, и каковы буд. ихъ скорости въ моментъ встрѣчи? *Рѣш.* Означивъ время чрезъ x, найдемъ прост., пройденныя тѣлами, $\frac{gx^2}{2}$ и $ax - \frac{gx^2}{2}$, сумма ихъ есть h, и потому $x = \frac{h}{a}$; скорости при встрѣчѣ буд. $\frac{gh}{a}$ и $a - \frac{gh}{a}$; разст. отъ земли $h\left(1 - \frac{gh}{2a^2}\right)$.

294. Шаръ брошенъ верт. вверхъ со скор. a; черезъ секунду брошенъ изъ тойже точки другой шаръ со скор. a_1. Черезъ сколько времени и на какомъ разстояніи они встрѣтятся, и каковы ихъ скорости при встрѣчѣ? *Рѣш.* Время движенія 1-го шара до встрѣчи $= x$, время 2-го $= x - 1$; изъ уравн. $ax - \frac{gx^2}{2} = a_1(x-1) - \frac{g(x-1)^2}{2}$ найдемъ $x = \frac{2a_1 + g}{2(a_1 - a + g)}$. Высота h и скор. v и v_1 опредѣлятся по фор. $h = ax - \frac{gx^2}{2}$, $v = a - gx$; $v_1 = a_1 - g(x-1)$. Встрѣча произойдетъ при движеніи вверхъ или внизъ, смотря потому, буд. ли v и v_1 положительныя или отрицательныя.

295. Тѣло брошено съ высоты h параллельно горизонту со скоростью v_0. На какомъ разстояніи оно упадетъ на землю? *Рѣш.* Если тѣло упадетъ чрезъ t'', то въ это время отъ дѣйствія начальной скорости оно должно пройти прост. $x = v_0 t$; но оно упало съ высоты h; слѣдов. $h = \frac{gt^2}{2}$, откуда $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ и $x = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

296. Рѣшить 295 зад., полагая $h = 70,3$; $v_0 = 2000$ ф. *От.* 4170,2 ф.

297. Рѣшить зад. 295, полагая $h = 64,4$; $v_0 = 475,8$ ф. *От* 951,6 ф.

298. Рѣшить зад. 295, полагая $h = 132,4$; $v_0 = 3578$ ф. *От.* 10260,5 ф.

299. Рѣшить зад. 295, полагая $h = 120$; $v_0 = 675,4$ ф. *От.* 1844 ф.

300. Рѣшить зад. 295, полагая $h = 144,9$; $v_0 = 2400$ ф. *От.* 7200 ф.

301. Что наз. математическимъ или простымъ и физическимъ или сложнымъ маятниками?

302. Отчего маятникъ качается?

303. Изъ двухъ маятниковъ не одинаковой длины какой будетъ качаться скорѣе?

304. Каковы будутъ качанія маятника, еслибъ его перенести съ земли на луну? на солнце?

305. Какъ опредѣлить время одного качанія маятника опытомъ? *От.* Сосчитать число качаній въ опредѣленное время и раздѣлить число секундъ, заключающихся въ этомъ времени, на число качаній.

306. Маятникъ дѣлаетъ 3568 качаній въ часъ. Найти время одного качанія *От.* 1″,009.

Прим. Въ этой и слѣдующихъ задачахъ маятникъ предполагается простымъ.

307 Во сколько времени дѣлаетъ одно качаніе маятникъ 39,17 дюй. длиною въ Петербургѣ? *От* $t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 1''$.

308. Опредѣлить время качанія маятника длиною въ 9,79 д. въ Петербургѣ. *От.* $\frac{1}{2}''$

309. Принимая за единицу длину секунднаго маят., опредѣлить длину $\frac{1}{2}''$, $\frac{1}{3}''$, $2''$, n'', $\frac{1}{n}$ секунднаго маятника?

310. Опредѣлить въ футахъ длину двухсекунднаго маят. въ Петербургѣ. *От* 13,057.

311. Найти длину секунднаго маятника въ Парижѣ. *От.* 992,95 миллим.

312. Маятникъ l дѣлаетъ n качаній въ t''; опредѣлить длину маятника, которой бы дѣлалъ n_1 качаній въ t_1''. *От.* $\frac{n^2 l t_1^2}{n_1^2 t^2}$.

313. При условіяхъ зад. 312 найти длину секунднаго маятника. *От.* $\frac{n^2 l}{t^2}$.

314. Найти длину $^1/_2$ секунднаго маятника въ Парижѣ. *От* 248,24 мм.

315 Найти длину минутнаго маятника въ Петербургѣ. *От.* 3 в. 178 с. 5 ф.

316 Опредѣлить напряженіе тяжести въ Петербургѣ, Лондонѣ и на экваторѣ, зная, что длина секунднаго маят. въ Петерб. = 39,17 д., въ Лондонѣ 994 мм., а подъ экваторомъ длина полсекунднаго маятника = 0,8125 ф. *От.* 32,21 ф; 9,81 м. и 32,076 ф.

317. Одинаково ли будетъ качаться маятникъ у подошвы и на вершинѣ высокой горы?

318. Что сдѣлается съ часами, ходъ которыхъ уравнивается маятникомъ, если ихъ перенести изъ Москвы подъ экваторъ?

319. Секундный и полсекундный маятники удлинены на одну величину, напр. на дюймъ. Какіе часы будутъ отъ этого отставать больше? ***Рѣш.*** Если означить длину секунднаго маятника l, то длина полсекунднаго $= \frac{l}{4}$; по удлиненіи маят. отношеніе временъ ихъ качаній къ прежнимъ временамъ будетъ $\sqrt{\frac{l+1}{l}}$ для перваго и $\sqrt{\frac{l+4}{l}}$ для втораго; вторая дробь больше первой, и слѣд. полсекундные часы будутъ отставать больше.

320. Маятникъ въ одномъ мѣстѣ земли дѣлаетъ n качаній въ t''; а въ другомъ мѣстѣ въ тоже время дѣлаетъ n_1 качаній. Опредѣлить отношеніе напряженій тяжести въ этихъ мѣстахъ. *От.* $\frac{g_1}{g} = \frac{n_1^2}{n^2}$.

321. Петербургскій секундный маятникъ дѣлаетъ въ Парижѣ 7192 качанія въ два часа. Найти отношеніе напряженій тяжести. *От.* 1,0022.

322. По наблюденіямъ Ришера Парижскій секундный маятникъ дѣлалъ въ Каеннѣ 86280 качаній въ сутки. Опредѣлить отношеніе напряженій тяжести. *От*. 1,0028.

323. Съ одинаковой ли скоростью падаютъ тѣла въ различныхъ мѣстахъ земли?

324. Одно и тоже тѣло будетъ ли имѣть одинакій вѣсъ во всѣхъ мѣстахъ земли?

325. Объяснить, почему вѣрные вѣсы даютъ вѣрные результаты на всякомъ мѣстѣ земли, а пружинные годятся только для того мѣста, гдѣ они сдѣланы?

326. Опредѣлить въ метрахъ длину секунднаго маятника на лунѣ, солнцѣ, юпитерѣ. *От*. 0,1684; 28,224 и 2,672 м.

327. Сколько качаній сдѣлалъ бы въ теченіе земныхъ сутокъ Петербургскій секундный маятникъ, еслибъ его перенести на луну? *От*. 35470.

328. Какъ велика была бы длина секунднаго маятника, еслибъ напряженіе тяжести было 15 ф? *От*. 18,239 д.

329. Найти отношеніе временъ качаній маятниковъ, которыхъ длины относятся какъ 1 : 4 : 9 : 16 : 25.

330. Опредѣлить скорость паденія тѣлъ на полюсѣ и экваторѣ, зная, что длина секунднаго маятника на полюсѣ = 996,19; на экваторѣ 991,03 миллим. *От*. 9,832 и 9,781 м.

331. Тѣло вѣситъ въ Парижѣ 10000 гр. Сколько будетъ оно вѣсить на полюсѣ и экваторѣ? *От*. 10032 и 9980,5 гр.

332. Опредѣлить величину центробѣжной силы массы m, движущейся по кругу радіуса r со скоростью v. *От* $\frac{mv^2}{r}$.

333. Найти отношеніе центробѣжной силы къ тяжести на земномъ экваторѣ. Рад. экв. = 20922880 ф; $g = 32,0842$ ф. *От*. $\frac{f}{g} = \frac{4\pi^2 r}{t^2 g} = \frac{1}{289}$.

334. Центробѣжная сила на экваторѣ планеты $= \frac{1}{n}$ тяжести. Какова должна быть скорость обращенія этой планеты около оси, чтобъ тѣла на экваторѣ не имѣли вѣса? *Рѣш*. Положимъ, что планета должна обращаться во время t_1; тогда центробѣжная сила $= f_1 = \frac{4\pi^2 r}{t_1^2}$; въ первомъ же случаѣ она была $f = \frac{4\pi^2 r}{t^2}$; взявъ отношеніе и замѣтивъ, что по условію $f = \frac{1}{n} g$, а $f_1 = g$, найдемъ $t_1 = \frac{t}{\sqrt{n}}$.

335. Время обращенія юпитера около оси = 9 ч. 55′50″; радіусъ экватора = 230 милліоновъ ф. Опредѣлить отношеніе центробѣжной силы къ тяжести на его экваторѣ. *От*. 0,08247 (почти $^1/_{12}$).

336. Сколько времени должны бы продолжаться сутки на юпитерѣ, чтобы на экваторѣ его центробѣжная сила уравновѣшивала тяжесть? *Отв*. 2 ч. 51 м. 7 сек.

337. Во сколько разъ скорѣе должна обращаться земля около оси, чтобъ тѣла на экваторѣ не имѣли вѣса? *От*. 17.

338. Два тѣла, отношеніе массъ которыхъ есть a, описываютъ въ одно время равные круги. Найти отношеніе ихъ центробѣжныхъ силъ.

339. Во сколько разъ центробѣжная сила шара 4 ф. вѣсу, движущагося со скоростью 45 ф., буд. болѣе или менѣе центроб. силы шара въ 9 ф, движущагося по тому же кругу со скор 30 ф. *Отв*. Равны.

340. Шаръ вѣсомъ въ 2 ф. разрываетъ нить при вращеніи со скор. $7^1/_2$ ф. Какую скорость долженъ имѣть шаръ въ 4 ф., чтобъ разорвать туже нитку? *От*. 5,303 ф.

341. Какъ измѣнится вѣсъ тѣла, если его перенести отъ земли на разст. 3 зем. рад.?

342. Доказать, что дѣйствіе земнаго притяженія простирается до луны, иначе говоря, что тяжесть удерживаетъ луну на ея орбитѣ. *Рѣш*. Пространство, которое прошло бы въ первую секунду тѣло, находящееся на разстояніи луны, отъ дѣйствія тяжести $= \frac{g}{2.60^2} = \frac{4,904}{3600} = 0,001362$ м., такъ какъ луна находится отъ земли на разстояніи 60 земныхъ рад., и, по закону Ньютона, притяженіе ослабѣваетъ пропорціонально

квадрату разстоянія отъ центра протяженія. Принимая, что луна обращается около земли по кругу съ постоянною скоростью, найдемъ эту скорость $= \frac{2\pi R}{t}$, гдѣ $R = 60$ земныхъ рад. $= 60\,r$, а t — время обращенія луны въ секундахъ $= 39343.60''$. Если бы не было начальной скорости и на луну дѣйствовала бы только сила, которая служитъ причиною ея криволинейнаго движенія, то луна двигалась бы къ землѣ по прямой линіи и въ концѣ первой секунды пріобрѣла бы скорость $\frac{v^2}{R}$; слѣд. пройденное пространство въ 1-ю сек. $= \frac{v^2}{2R} = \frac{2\pi^2 R}{t^2} = \frac{2\pi r . \pi\ 60}{39343^2 . 60^2} = \frac{40000000 . \pi}{39343^2 . 60}$ метр. (такъ какъ $2\pi r$ есть окружность земли и слѣд. равна 40 милліонамъ мет.) $= 0{,}001356$ м. Такъ какъ это число весьма мало разнится отъ 0,001362 м., то заключаемъ, что причина криволинейнаго движенія луны или сила, удерживающая луну на ея орбитѣ, есть тяжесть.

343. Выразить формулой притяженіе двухъ массъ m и m_1, помѣщенныхъ одна отъ другой на разстояніи r. *Рѣш.* По законамъ Ньютона, имѣемъ $p = \frac{mm_1}{r^2} f$, гдѣ f — постоянный коэффиціентъ, выражающій величину взаимнаго притяженія двухъ массъ, равныхъ единицѣ, помѣщенныхъ на единицѣ разстоянія; если эту величину принять за единицу притяженія, то $p = \frac{mm_1}{r^2}$.

344. Выразить вѣсъ массы m на планетѣ, которой масса M, рад. r. *Рѣш.* Такъ какъ вѣсъ есть результатъ притяженія тѣла планетой, и такъ какъ тѣло находится на разстояніи r отъ центра планеты, то по предъидущей задачѣ имѣемъ $p = \frac{Mm}{r^2} . f$.

345. Найти отношеніе вѣсовъ массы m на двухъ планетахъ, которыхъ массы M и M_1 рад. r и r_1. *От.* $\frac{p_1}{p} = \frac{M_1 r^2}{M r_1^2}$.

346. Зная вѣсъ p тѣла на землѣ, найти вѣсъ тогоже тѣла на другой планетѣ; отношеніе рад. планеты и земли $= k$, а отношеніе массъ $= k_1$. *От.* По зад. 345 $p_1 = \frac{pk_1}{k^2}$.

347. Тѣло вѣситъ на землѣ 2000 ф. Найти вѣсъ его на лунѣ, солнцѣ, юпитерѣ. Рад. земли = 1, рад. солнца = 112,07; рад. луны = $^3/_{11}$; рад. юпитера = 10,86; мас. земли = 1, мас. солнца = 354936; мас. луны = 0,01231; мас. юпит. = 308,94. *От.* 331,56517 и 5239 ф.

348. Зная напряженіе тяжести g на планетѣ, которой масса m, рад. r, найти напряженіе тяжести g_1 на панетѣ массы m_1 и рад. r_1. *Рѣш.* Одна и таже масса, будучи помѣщена на различныхъ планетахъ, имѣетъ различный вѣсъ; и такъ какъ вѣсъ есть движущая сила при паденіи тѣла, и въ настоящемъ случаѣ эти силы дѣйствуютъ на одинакія массы, то производимыя ими ускоренія должны быть пропорціональны величинамъ силъ, слѣд. $\frac{g_1}{g} = \frac{p_1}{p} = \frac{m_1 r^2}{m r_1^2}$, откуда $g_1 = g\ \frac{m_1 r^2}{m r_1^2}$.

349. Найти ускореніе тяжести на лунѣ, солнцѣ, юпитерѣ. *От.* 5,33 ф.; 909,96 ф., 84,35 ф.

IV.

Гидростатика. Законъ Паскаля. Законъ Архимеда. Вычисленіе вѣса и объема тѣлъ. Давленіе на дно сосуда. Удѣльный вѣсъ. Плаваніе тѣлъ. Истеченіе жидкостей.

350. Закрытый со всѣхъ сторонъ сосудъ наполненъ водою и имѣетъ три отверстія, площади которыхъ 1,2,3 кв. д ; отверстія закрыты поршнями и на первый положено 5 ф. Сколько нужно положить на другіе для равновѣсія?

351. Въ верхнемъ основаніи бочки сдѣлано отверстіе, въ которое плотно ввинчена длинная цилиндрическая вертикальная трубка. Какое произойдетъ измѣненіе въ давленіи на дно, если въ трубку влить $1\frac{1}{2}$ фунта воды? Діаметръ бочки въ 35 разъ больше діаметра трубки. *От*. Давленіе увеличится на $1\frac{1}{2} \cdot 35^2 = 1837\frac{1}{2}$ ф.

352. Какимъ образомъ посредствомъ жидкости можно уравновѣсить большой грузъ малымъ?

353. Имѣемъ два цилиндрическихъ сосуда, сообщенныхъ каналомъ; отношеніе площадей ихъ поперечныхъ разрѣзовъ $= n$; сосуды закрыты поршнями и на малый положенъ грузъ a. Какой грузъ положить на большой для равновѣсія? *От*. na.

354. Длина плечъ рычага гидравлическаго пресса 3,5 и 28 д., сила = 8 п. 20 ф., отношеніе діаметровъ поршней = 4,5. Найти давленіе на большой поршень. *От*. 1377 п.

355. Отношеніе діаметровъ поршней гидравлическаго пресса = 2, 3; сила = 5 п. Опредѣлить отношеніе плечъ рычага, чтобы давленіе = $132\frac{1}{4}$ п. *От*. 5.

356 Діаметръ малаго поршня гидрав. пресса 2, 5 д., а отношеніе плечъ рычага = 7,2. Опредѣлить діаметръ большаго поршня, если сила въ 192 ф. уравновѣшиваетъ 28224 кгр? *От*. 17,5 д.

357. Въ двухъ сообщающихся цилиндрическихъ сосудахъ, которыхъ поперечные разрѣзы m и n кв. д., налита жидкость. Какой объемъ ея должно влить, чтобъ она поднялась въ каждомъ сосудѣ на a дюйм. *Рѣш*. Задача состоитъ въ опредѣленіи объема двухъ цилиндровъ жидкости, высота которыхъ a д., а осн. m и n кв. д., объемъ цилиндра = площади основанія, умноженной на высоту, а потому искомый объемъ $= ma + na = a\,(m + n)$ куб. д.

358 Опредѣлить вѣсъ n куб. метровъ, децим., центим. чистой воды *Рѣш*. 1 кб. цент. воды вѣситъ 1 граммъ; 1 куб. децим. = 1000 куб. цент. и потому вѣситъ 1 килограммъ; 1 куб. мет. = 1000 куб. децим. и вѣситъ 1000 кгр.

Прим. Кубическій децим. наз. *литромъ* и принимается за единицу для измѣренія жидкостей; 1 литръ вмѣщаетъ килограммъ чистой воды.

359. Опредѣлить вѣсъ n куб метровъ, децим., центим. тѣла, котораго плотность d. *От*. 1000 nd килогр., nd кгр., nd грам.

Прим. Плотностью или удѣльнымъ вѣсомъ тѣла наз. число, показывающее, во сколько разъ тѣло вѣситъ болѣе или менѣе равнаго ему объема чистой воды.

360. Опредѣлить вѣсъ жидкости, которой плотность d, наполняющей сосудъ, имѣющій видъ прямаго параллельно усѣченнаго конуса; высота сосуда = h мет.; радіусы основаній r и r_1 мет. *Рѣш*. Объемъ воды $= \frac{\pi h}{3}\,(r^2 + r_1^2 + rr_1)$ куб. мет.;

вѣсъ жидкости $= \frac{1000\pi hd}{3}\,(r^2 + r_1^2 + rr_1)$ килогр.

361. Вычислить вѣсъ памятника, имѣющаго видъ правильной шестиугольной пирамиды; высота его = 20 децим., радіусъ круга, описаннаго около основанія = 4 дец. Памятникъ сдѣланъ

изъ гранита, удѣльный вѣсъ котораго = 2,6. *Рѣш.* Объемъ пирамиды = площади основанія, умноженной на $^1/_3$ высоты; замѣтивъ, что основаніе есть правильный шестиугольникъ, котораго сторона = 4 дец., вычислимъ его площадь, и, помноживъ ее на $^{20}/_3$. 2,6, найдемъ вѣсъ = 720,53 кгр.

362. Опредѣлить вѣсъ массивнаго желѣзнаго конуса, котораго рад. основанія = 5,3 децим., высота = 42,6 дец., уд. в. желѣза = 7,8. *От.* $\frac{\pi r^2 h}{3}$. 7,8 = 9774,4 кгр.

363. Опредѣлить вѣсъ золотаго шара, котораго рад. 2,5 центим; уд. в. = 19,3. *От.* $^4/_3\ \pi r^3$. 19,3 гр. = 1,263 кгр.

364. Опредѣлить вѣсъ серебрянаго цилиндра, котораго высота = 1,45 дециметровъ и радіусъ основанія = 4,58 центим.; уд. в. = 10,4. *От.* $\pi r^2 h$. 10,4 = 9 кгр. 937,7 гр.

365 Опредѣлить вѣсъ куба, котораго сторона = l децим. и плот. d. *От.* $l^3 d$ кгр.

366. Опредѣлить вѣсъ 15,3 литровъ ртути; уд. в. = 13,6. *От.* 208,08 кгр.

367. Сколько вѣсятъ 35,76 куб. мет. воды? 84,5 литра спирта (уд. в = 0,85)? 174,5 куб. центим. ртути? 267,4 литра масла (плот. 0,92)? *От.* 35760; 71,825; 2,3732; 246,008 кгр.

368. Опредѣлить вѣсъ деревянной балки, имѣющей видъ прямоугольнаго параллелипипеда; длина ея = 8,4 м., ширина = = 4,5 дец; толщина = 3,5 децим.; уд. в = 0,8. *От.* 1058,4 кгр.

369. Опредѣлить вѣсъ прямой желѣзной призмы высота которой = 16 дец.; а основаніе есть правильный треугольникъ, котораго сторона = 25,36 цент; уд в. = 7,8. *От.* 347,55 кгр.

370. Сколько куб. децим. въ 1864 кгр. воды? Сколько куб. цент. въ 3678 гр. воды? Сколько куб. метровъ въ 864000 кгр. воды?

371. Въ сосудъ налито 376,5 кгр. воды; опредѣлить объемъ ея.

372. Сколько литровъ воды вѣситъ 36000 гр.?

373. Сколько куб. децим. въ 108,8 кгр. ртути? въ 208 килогр. серебра? въ 4,6 кгр. масла? Плот. 13,6; 10,4 и 0,92. *От.* 8; 20; 5.

374 Найти объемъ 120 кгр. дерева? 480,6 грам. мѣди? 382,2 грам. желѣза? Плот. 0,6; 8,9; 7,8. *От.* 200 кб. дец.; 54 и 49 кб. цент.

375. Пустой сосудъ вѣситъ 3,5 кгр; наполненный ртутью 350 кгр.; найти емкость сосуда. *От.* 25,478 литра.

376. Опредѣлить поверхность тѣла котораго вѣсъ a гр., плотность d и которое имѣетъ видъ шара. *Рѣш.* Поверхность тѣла измѣряется квадратными единицами, т. е. квадр. мет., децим. и т. д. или квад фут., дюйм. и т. д.; если вѣсъ тѣла дается въ грам., то удобнѣе выражать поверхность въ квадратныхъ центим.; а если въ кгр., то въ квадратныхъ децим. Такъ какъ данное тѣло есть шаръ, то имѣемъ $^4/_3\ \pi r^3 d =$ $= a$ гр., откуда $r = \sqrt[3]{\frac{3a}{4\pi d}}$ центим., и поверхность = $= 4\pi r^2 = 4\pi \sqrt[3]{\frac{9a^2}{16\pi^2 d^2}} = \sqrt[3]{\frac{36a^2\pi}{d^2}}$ квад. цент

377. Опредѣлить поверхность золотаго шара вѣсомъ 3675 гр; плот. = 19,3. *От.* 160,06 кв. цент.

378 Опредѣлить поверхность равносторонняго цилиндра, котораго вѣсъ a кгр. и плотность d. *Рѣш.* Изъ ур. $2\pi r^3 d = a$ найдемъ $r = \sqrt[3]{\frac{a}{2\pi d}}$ и повер. = боковой повер. + 2 площади основаній $= 2\pi r.\ 2r + 2\pi r^2 = 6\pi^2 r = 6\pi \sqrt[3]{\frac{a^2}{4\pi^2 d^2}} =$ $= 3 \sqrt[3]{\frac{2a^2\pi}{d^2}}$ кв. децим.

379. Опредѣлить поверхность равносторонняго конуса, котораго вѣсъ a гр. и плотность d. *Рѣш.* Высота конуса $= r\sqrt{3}$;

изъ ур. $\frac{\pi r^3 d}{\sqrt{3}} = a$ опредѣлимъ r, а потомъ найдемъ

поверхность $= 3\pi r^2 = 3\sqrt[3]{\frac{3a^2\pi}{d^2}}$ квадр. центим.

380. Рѣшить зад. 379, полагая $a = 26{,}5$ гр; $d = 4{,}5$. *От.* 20,665.

381. Рѣшить зад. 378, полагая $a = 3{,}75$ кгр.; $d = 5{,}6$. *От.* 4,237.

382. Рѣшить зад. 376, полагая $a = 154$ гр; $d = 2{,}7$. *От.* 71,656.

383. Рѣшить зад. 379, полагая $a = 786{,}4$ гр.; $d = 3{,}5$. *От.* 234,2.

384. Метръ платиновой проволоки вѣситъ 27 гр; плотность ея = 21,53. Опредѣлить діаметръ проволоки. *От.* 0,6318 миллим.

385. Опредѣлить вѣсъ желѣзнаго шара радіуса 5 цен.; плот. = 7,207. *От.* 3773, 64 гр.

386. Чугунное ядро вѣситъ 12 кгр.; уд. в. = 7,35. Найти его радіусъ. *От.* 7,305 цент.

387. Найти вѣсъ свинцоваго шара радіуса 1 децим.; уд. в.= 11,35. *От.* 47,545 кгр.

388. Кусокъ мрамора (уд. в. 2,84) вѣситъ 3601 кгр. Найти объемъ его. *От.* 1268 кб. децим.

389. Сплошной стеклянный шаръ вѣситъ 1 кгр. Найти его поверхность; уд. в. = 2,7. *От.* 2,494 квадр. децим.

390. Одинъ куб футъ чистой воды вѣситъ 69,12 ф. Сколько вѣситъ кубическій дюймъ? *От.* 3,843 зол.

391. Сколько куб. дюй. въ фунтѣ воды? *От.* 25.

392. Опредѣлить въ фунтахъ вѣсъ шара, котораго радіусъ r ф. и плот. d. *От.* $^4/_3\ \pi r^3 d$ 69,12.

393. Опредѣлить вѣсъ ртути, наполняющей коническій сосудъ, котораго высота 14 дюй., а радіусъ 9 дюй. Пл. рт. = = 13,6. *От.* 16,15 пд.

394. Опредѣлить разность вѣсовъ двухъ одинакихъ коническихъ сосудовъ, наполненныхъ одинъ спиртомъ (плот. 0,71), а другой сѣрной кисл. (пл. 1,84). Рад. осн. = 0,135; выс.= = 0,67 ф. *От.* 4 ф.

395. Найти вѣсъ масла, наполняющаго цилиндрическій сосудъ, котораго высота 1 ф., а радіусъ основанія 6 дюй. Плот. масла = 0,9. *От.* 48,86 ф.

396. Сколько вѣсятъ 17,45 куб. ф. спирта (пл. 0,96)? 48,34 к. д. эѳира (пл. 0 72)? 34,75 к. ф. желѣза (пл. 7,8)? 4750 к. д. золота (Пл. 19,3)?

397. Опредѣлить въ дюй. радіусъ шара, котораго вѣсъ a ф. и плот. d. *Рѣш.* Изъ ур. $^4/_3\pi r^3$. 69,12. $d = a$ найдемъ

$r = {}^1/_{12}\sqrt[3]{\frac{a}{92{,}16\pi}}$.

398. Сколько куб. дюй. въ 256 фун.. воды? *От.* 6400.

399. Сколько куб. фут. въ 9400,32 пуд. ртути? *От.* 400.

400. Найти объемъ 539,136 пд. желѣза. Плот. = 7,8. *От.* 40.

401. Кусокъ мѣди вѣситъ 10 ф. Найти объемъ его. Плот.= 8,9. *От.* 28,09 кб д.

402. Опредѣлить поверхность шара, котораго рад. 0,2821 ф., а вѣсъ 19,5 ф; плотность 3. *От.* 1 к. ф.

403. Найти діаметръ золотаго шара вѣсомъ въ 698,49 ф; плот. = 19,3. *От.* 1 ф.

404. Опредѣлить высоту мѣднаго цилиндра вѣсомъ 1445,4 гр, зная, что радіусъ его основанія = 2,3 цент; плотность = 8,697. *От.* 1 дециметръ.

405. Опредѣлить давленіе на горизонтальное дно сосуда, въ которомъ налита жидкость плотности d до высоты h ф; площадь дна = n квад. ф. *От.* Давленіе не зависитъ отъ формы сосуда и равно вѣсу призматическаго столба жидкости, котораго основаніе есть площадь дна, а высота — вертикальное разстояніе отъ дна до свободной поверхности, = 69,12 nhd фун.

406. На горизонтальное дно сосуда, содержащее n кв. ф., жидкость, которой плотность d, производитъ давленіе въ a фун. Найти высоту ея. *От.* Изъ ур. $a = dnh$ 69,12 найдемъ $h = \frac{a}{69,12nd}$ ф

407. Рѣшить зад. 405, полагая $n = 1$ к. ф; $h = 8,3$ ф.; $d = 13,6$. *От.* 195,5 пд.

408. Рѣшить задачу 405, полагая $n = 1$ к. м; $h = 3,5$ м; $d = 1,6$. *От.* 5600 кгр.

409. Рѣшить зад. 405, полагая $n = 138,4$ к. ц.; $h = 8$ дец.; $d = 0,72$. *От.* 7 кгр. 972 гр

410. Рѣшить зад. 406, полагая $a = 113,4$ кгр.; $n = 12,6$ к дец; $d = 0,9$. *От.* 1 мет

411. Рѣшить зад. 406, полагая $a = 3570,2$ ф; $n = 3,5$ к. ф; $d = 0,94$. *От.* 15,7 ф.

412. Рѣшить зад. 406, полагая $a = 711^3/_8$ п; $n=1235$ к. д., $d = 2,4$. *От.* 20 ф.

413. Въ сосудъ, имѣющій видъ усѣченнаго конуса, налито масло (пл. 0,92); радіусъ нижняго основанія 12,6 цен.; высота масла = 2 дец Найти давленіе на дно. *От.* 9,177 кгр.

414. Винный спиртъ (пл. 0,85) налитъ въ сосудъ, основаніе котораго кругъ радіуса 8,6 дюй. и производитъ давленіе на дно съ силою 118,5 ф. Найти высоту его. *От.* 15 дюй.

415. Циллиндрическій сосудъ съ горизонтальнымъ дномъ діаметра 6 дюй. налитъ ртутью до высоты 12 д. Опредѣлить давленіе на дно. *От.* 738,3 ф.

416 На горизонтальную доску въ 1 кв. ф. нужно произвести давленіе 50 пд Какую высоту долженъ имѣть столбъ воды, чтобъ произвести такое давленіе? Какую столбъ спирта? столбъ эѳира? Уд. в. спирта = 0,85, а эѳира = 0,72. *От.* 28,935; 34,042; 40,19 ф.

417. Сосудъ имѣетъ видъ прямаго усѣченнаго конуса; радіусъ нижняго основанія r, верхняго r_1 ф. ($r_1 < r$); высота конуса = h; сосудъ наполненъ до верха жидкостью, которой

602. Рѣшить зад. 596, полагая $H = 32$; $h = 2$; $h_1 = 20$ дюй. *От.* 4 дюй.

603. Въ длинномъ манометрѣ воздушнаго насоса ртуть стоитъ на высотѣ h; высота барометра = h_1. Опредѣлить степень разрѣженія воздуха подъ колоколомъ. *От.* Воздухъ разрѣженъ въ $\frac{h_1 - h}{h_1}$ разъ.

604. Вмѣстимость колокола воздушнаго насоса = 2,36 кб. децим., а цилиндра 0,56 кб. децим. Сколько граммовъ воздуха останется послѣ 5 качаній и какова его упругость? Высота барометра = 760 миллим. *От.* 1,0523 гр. и 262,1 миллим.

605. Сколько нужно сдѣлать качаній, чтобъ разрѣдить въ 512 разъ воздухъ подъ колоколомъ насоса, если вмѣстимость колокола равна вмѣстимости цилиндра? *От* 9 качаній.

606. Послѣ сколькихъ качаній воздухъ, находившійся подъ давленіемъ 729 милл., будетъ имѣть упругость 1 милл? Отношеніе объема колокола къ объему цилиндра = $^1/_2$. *От.* 6 качаній.

607. Подъ колоколомъ насоса находится 1 фунтъ воздуха при давленіи 28 дюй. Сколько золотниковъ останется послѣ 10 качаній и какова будетъ упругость воздуха? Колоколъ въ $3^1/_3$ раза болѣе цилиндра. *От.* 7,778 зол. и 2,2687 дюй.

608. Аэростатъ рад. 1 метръ сдѣланъ изъ матеріи, которой 1 кв. децим. вѣситъ граммъ, и наполненъ газомъ, котораго плотность = $^1/_{10}$. Литръ воздуха вѣситъ 1,293 гр. Опредѣлить силу поднятія. *Рѣш.* Сила = вѣсу воздуха, вытѣсняемаго шаромъ, безъ вѣса самаго шара (т. е. матеріи и газа)=3,6174 кгр.

609. Опредѣлить радіусъ аэростата, который, будучи наполненъ газомъ плотности 0,07, могъ бы поднять 100 кгр. (считая въ этомъ и вѣсъ матеріи). *От.* 2,737 метра.

610. Въ цилиндрическій закрытый сосудъ налита вода и погружено до дна короткое колѣно сифона; высота сосуда=h; разстояніе отъ верхней крышки сосуда до уровня воды = h_1; упругость воздуха въ сосудѣ равна H = давленію атмосферы;

оба колѣна имѣютъ вертикальное положеніе, и разность ихъ длинъ $= d$. Когда окончится истеченіе и на какомъ разстояніи отъ верхней крышки сосуда будетъ уровень остановившейся жидкости? *Рѣш.* Назовемъ искомое разстояніе x, длину большаго колѣна сифона k, а короткаго — k_1; $k - k_1 = d$; высота остающейся жидкости $= h - x$; упругость воздуха въ сосудѣ $= \frac{Hh_1}{x}$, и истеченіе прекратится, когда

$$\frac{Hh_1}{x} + h - x - k_1 = H - k, \text{ или}$$

$$dx = Hx - Hh_1 - hx + x^2, \text{ откуда.}$$

$$x = \frac{h + d - H \pm \sqrt{(h + d - H)^2 + 4Hh_1}}{2}$$

611. Вывести условіе, необходимое для того, чтобы вода (зад. 610) вытекла вся изъ сосуда. *Рѣш.* Положивъ $x = h$ въ выраженіи зад. 610, найдемъ $h - d + H = \sqrt{(h - d + H)^2 + 4Hh_1}$; возведя въ квадратъ и сокративъ, найдемъ $d = \frac{H(h - h_1)}{h}$; если $d > \frac{H(h - h_1)}{h}$, то $x > h$; слѣд. искомое условіе есть $d \geqq \frac{H(h - h_1)}{h}$.

612. Рѣшить зад. 610, полагая $H = 32$; $h = 14$; $h_1 = 2$; $d = 6$ дюй. *От.* $x = 4$.

613. Барометрическая трубка погружена въ ртуть и заключаетъ въ верхней своей части 3 кб. цент. сухаго воздуха; высота ртути въ трубкѣ 588 мм. Поднимаютъ трубку до тѣхъ поръ, пока воздухъ займетъ 4 кб. цент; тогда высота ртути $= 630$ мм. Опредѣлить давленіе атмосферы. *От.* 756 миллим.

614. Шаръ, наполненный воздухомъ подъ давленіемъ 770 мм., соединяется краномъ съ верхней частью барометра; длина трубки барометра (считая отъ уровня ртути въ чашечкѣ) $= 900$ миллим., а площадь сѣченія ея 20 кв. центим. Открываютъ кранъ, и длина ртутной колонны дѣлается равной 400 миллим. Давленіе атмосферы $= 750$ миллим. Опредѣлить вмѣстимость шара. (Уровень ртути въ чашечкѣ, температура и давле-

ніе атмосферы во время опыта предполагаются постоянными). *Рѣш.* Положивъ вмѣстимость шара $= x$ куб. цент., изъ уравненія $770\,x = (x + 1000) \cdot 350$, найдемъ $x = 833{,}3$.

615. Малое колѣно трубки Маріотта имѣетъ объемъ 20 кб. цент., когда уровень ртути въ обоихъ колѣнахъ одинаковъ. Наливаютъ въ длинный рукавъ столько ртути, что воздухъ въ маломъ колѣнѣ занимаетъ 3 кб. цент. Опредѣлить разность уровней. Высота барометра $= 760$ мм *От.* 4,307 метр.

616. Что произошло бы, еслибъ во время дѣйствія сифона сдѣлать на высшей его точкѣ небольшое отверстіе?

617. Наливаютъ ртути въ барометрическую трубку, оставляя 15 кб. цент. воздуха подъ давленіемъ атмосферы. Трубка погружается открытымъ концомъ въ сосудъ со ртутью; высота ртутной колонны въ трубкѣ $= 302$ мм; воздухъ занимаетъ 25 куб. цент. Опредѣлить давленіе атмосферы. *От.* 755 миллим.

618. Цилиндрическая трубка погружена открытымъ концомъ въ сосудъ со ртутью и содержитъ столбъ воздуха въ полметра длиною; уровень ртути въ трубкѣ и сосудѣ одинакій; давленіе атмосферы $= 760$ миллим. Какое должно произвести давленіе на поверхность ртути, чтобъ длина воздушнаго столба въ трубкѣ сдѣлалась равна 1 децим.? *Рѣш.* Искомое давленіе должно уравновѣшивать столбъ ртути въ 400 милл. и упругость воздуха, сжатаго въ 5 разъ; поэтому, кромѣ атмосферы, долженъ давить столбъ ртути въ $400 + 4.760 = 3{,}44$ мет.

619. Каковъ долженъ быть радіусъ шара, котораго толщина стѣнокъ $= a$, а плотность d, чтобъ этотъ шаръ могъ подниматься въ воздухѣ плотности d_1? Внутри шаръ предполагается совершенно пустымъ. *Рѣш.* По условію задачи, вѣсъ шара долженъ быть менѣе вѣса вытѣсняемаго воздуха; поэтому, означая внѣшній радіусъ чрезъ r, а вѣсъ кубической единицы воды чрезъ q, получимъ: $\frac{4}{3}\pi r^3 qd - \frac{4}{3}\pi (r - a)^3 qd <$

$$< \frac{4}{3}\pi r^3 q d_1, \text{ откуда } r > \frac{a\sqrt[3]{d}}{\sqrt[3]{d} - \sqrt[3]{d - d_1}}$$

620. Въ барометрической трубкѣ, погруженной открытымъ концомъ въ сосудъ со ртутью, колонна ртути = 743 мм; погружаютъ трубку такъ, что воздухъ, находящійся въ трубкѣ надъ ртутью, занялъ одну треть прежняго объема; тогда длина ртутной колонны = 701 мм. Опредѣлить высоту барометра. *От*. 764 миллим.

621. Сколько воздуха вошло въ пріемникъ сгустительнаго насоса, если при началѣ опыта манометръ показывалъ 40, а по окончаніи 10 дѣленій; высота барометра = 760 миллим.; объемъ пріемника = 1 куб. децим.; температура = 0°? *От*. 3,879 гр.

622. Мѣдная гиря въ 27 гр. уравновѣшиваетъ на вѣрныхъ вѣсахъ кусокъ платины; сколько гр. нужно бы положить, еслибъ взвѣшиваніе производилось въ пустотѣ? Уд. вѣсъ плат. = 22; мѣди = 8,3; воздуха = 0,0013. *Рѣш*. Если вѣсъ платины = x гр., то объемъ ея = $\frac{x}{22}$ куб. цент.; $\frac{x}{22} \cdot 0{,}0013$ есть вѣсъ воздуха, вытѣсненнаго кускомъ платины; поэтому давленіе куска платины на чашку вѣсовъ = $x\left(1 - \frac{0{,}0013}{22}\right)$; давленіе мѣдной гири на другую чашку = $27\left(1 - \frac{0{,}0013}{8{,}3}\right)$; такъ какъ эти давленія равны, то получимъ уравненіе, откуда $x = 26{,}997$ гр.

623. Литръ воздуха при нормальной температурѣ (0°) и нормальномъ давленіи вѣситъ 1,293 гр. Сколько будетъ вѣсить въ воздухѣ $^1/_2$ куб. мет. дерева, котораго плотность = $^4/_5$? *От*. 399,354 кгр.

624. Кусокъ дерева плаваетъ въ сосудѣ съ водой, помѣщенномъ въ пустомъ пространствѣ. Увеличится или уменьшится погруженная часть его, если помѣстить сосудъ въ воздухѣ?

625. Опредѣлить сторону мѣднаго куба, который вѣсилъ бы въ воздухѣ столько же, сколько $^1/_2$ куб. м. дерева, котораго плотность = $^1/_2$. Плотность мѣди = 8,3. *Рѣш*. Положивъ

искомую сторону = x децим., найдемъ вѣсъ куба въ воздухѣ = $8{,}3x^3 - 0{,}001293x^3$ килогр.; а вѣсъ дерева равенъ $^1/_2 \cdot 1000 \cdot {}^1/_2 - \frac{1{,}293}{2}$ килогр.; такъ какъ эти вѣсы равны, то получимъ уравненіе, откуда найдемъ $x = 3{,}107$ децим.

626. Тѣло теряетъ въ воздухѣ 7 гр. своего вѣса. Сколько потеряетъ оно при одинакихъ условіяхъ температуры и давленія въ угольной кислотѣ и водородѣ? Плотность угольной кислоты=1,524; а водорода=0,069. *От*. 10,668 и 0,483 гр.

627. Иногда случается, что обыкновенный колодезный насосъ не дѣйствуетъ, и чтобъ исправить его, должно налить въ него сверху поршня воды. Объяснить это.

628. Тѣло вѣситъ въ пустотѣ 33,9 гр., а въ водородѣ 32,8 гр. Сколько оно будетъ вѣсить въ угольной кислотѣ при той же температурѣ и давленіи? *От*. 9.6 гр.

629. Въ сосудъ со ртутью погружена трубка, закрытая сверху; уровень ртути въ трубкѣ и сосудѣ одинакій; трубка содержитъ воздухъ подъ давленіемъ атмосферы = 28 дюй.; длина пространства, занятаго воздухомъ, = 10 дюймовъ. Найти, какую длину будетъ имѣть воздушный столбъ, если трубку поднимать до тѣхъ поръ, пока разстояніе верхняго конца ея отъ уровня ртути въ сосудѣ будетъ = $13^6/_{11}$ д. *От*. 11 дюй.

630. Вмѣстимость колокола воздушнаго насоса = 1 лит. Давленіе атмосферы = 760 миллим. Сколько нужно сдѣлать качаній, чтобъ упругость воздуха подъ колоколомъ = 2 миллим.? *От*. 62.

631. Опредѣлить радіусъ аэростата, который могъ бы держаться въ воздухѣ; 1 кв. футъ матеріи, изъ которой должна быть сдѣлана оболочка аэростата, вѣситъ 1.2 зол. Вѣсъ 1 куб. ф. воздуха = 8,63 зол.; удѣльный вѣсъ газа, наполняющаго аэростатъ, = $^1/_6$. *От*. Почти $^1/_2$ ф.

632. Вертикальная цилиндрическая трубка наполнена ртутью и сообщается посредствомъ весьма малаго отверстія, находящагося въ днѣ ея, съ болѣе широкимъ закрытымъ цилиндрическимъ сосудомъ, заключающимъ сухой воздухъ, котораго упру-

гость = p = давленію атмосферы; высота трубки = h; высота сосуда = h_1; площадь основанія трубки = a; площадь основанія сосуда = a_1. Трубка открыта сверху, и ртуть будетъ течь въ сосудъ. При какой высотѣ ртути въ трубкѣ прекратится истеченіе? *Рѣш.* Если искомую высоту означимъ черезъ x, то объемъ вытекшей ртути будетъ $a\,(h - x)$; эта ртуть, перелившись въ нижній сосудъ, займетъ въ немъ высоту $\frac{a\,(h-x)}{a_1}$; высота столба воздуха въ нижнемъ цилиндрѣ будетъ $h_1 - \frac{a\,(h-x)}{a_1}$; упругость этого воздуха $= \frac{ph_1a_1}{a_1h_1 - ah + ax}$; такъ какъ истеченіе прекратится въ тотъ моментъ, когда упругость воздуха въ нижнемъ цилиндрѣ будетъ уравновѣшивать давленіе атмосферы вмѣстѣ съ давленіемъ столба ртути, оставшейся въ верхнемъ сосудѣ, то получимъ урав. $\frac{ph_1a_1}{a_1h_1 - ah + ax} = p + x$, откуда опредѣлится x.

633. Рѣшить зад. 632, полагая p=30 дюй., h = 24 дюй.; h_1 = 2 дюй.; a = 1 кв. дюймъ., a_1 = 5 кв. дюй. *От.* 20 дюй.

VI.

Акустика.

634. Въ какомъ состояніи находится звучащее тѣло?

635. Отчего зависитъ высота, сила и звучность (тимбръ) звука?

636. Почему, если нагрѣть колокольчикъ, звукъ его ослабѣваетъ?

637. Какъ относятся числа колебаній и длины струнъ соотвѣтствующихъ начальному тону и его октавѣ? квинтѣ? квартѣ?

638. Тонъ дѣлаетъ 900 колебаній въ секунду. Сколько колебаній дѣлаютъ его октава и квинта?

639. Наблюдатель услышалъ эхо черезъ 5″ послѣ произнесенія перваго слога. Найти разстояніе отражающей поверхности. *От.* 2750 ф.

640. Струна въ t'' дѣлаетъ n качаній; найти длину волны. Скорость звука = 1100 ф. *От.* $\frac{1100t}{n}$ ф.

641. Какъ опредѣлить скорость звука въ воздухѣ?

642. Опредѣлить длину открытой трубы, которой основный звукъ будетъ одинаковъ съ звукомъ діапазона, дѣлающаго 870 колебаній въ секунду. *От.* 7,58 дюйма.

643. Отчего происходятъ раскаты грома?

644. Струна производитъ въ воздухѣ волны въ дюймъ длиною; найти число колебаній въ секунду. *От.* 13200.

645. Въ какомъ разстояніи находится гроза, если ударъ грома былъ слышанъ черезъ 3",2 послѣ молніи? *От.* 3520 ф.

646. Человѣкъ произнесъ пятисложное слово, и тотчасъ по окончаніи послѣдняго слога, эхо повторило это слово. Опредѣлить, на какомъ разстояніи находится отражающая поверхность, полагая, что въ секунду можно произнести четыре слога. *От.* $687\frac{1}{2}$ фут.

VII.

Оптика. Прямолинейное распространеніе свѣта. Яркость свѣта. Отраженіе свѣта. Преломленіе свѣта. Оптические инструменты.

647. Доказать, что свѣтъ распространяется по прямымъ линіямъ, идущимъ отъ предмета къ глазу, а не обратно.

648. Можно ли видѣть лучи свѣта?

649. Объяснить, какимъ образомъ въ темной комнатѣ можно получать на экранѣ изображенія внѣшнихъ предметовъ въ обратномъ видѣ?

650. Отчего происходятъ солнечныя и лунныя затмѣнія?

651. Во время солнечнаго дня, въ тѣни, отбрасываемой деревомъ, промежутки между листьями являются въ видѣ свѣтлыхъ круговъ, не смотря на то, что въ дѣйствительности форма ихъ весьма разнообразна; а во время солнечнаго затмѣнія эти промежутки принимаютъ видъ серпообразный. Объяснить это явленіе.

652. Если сдѣлать на бумагѣ масляное пятно и поставить свѣчу между глазомъ и бумагой, то пятно будетъ казаться темнѣе бумаги; если же поставить свѣчу за бумагой, то пятно будетъ свѣтлѣе. Объяснить это.

653. Объяснить, почему мы видимъ предметы со всѣхъ сторонъ.

654. Свѣтящая точка освѣщаетъ шаръ радіуса *r*. Опредѣлить діаметръ и площадь тѣни на экранѣ, поставленномъ пер-

пендикулярно къ линіи, соединяющей точку съ центромъ шара. Разстояніе свѣтящейся точки отъ центра шара $= d$; а отъ экрана $= d_1$. *От.* $\frac{2rd_1}{d}$ и $\frac{\pi r^2 d_1^{\,2}}{d^2}$.

655. Рѣшить зад. 654, полагая $r = 0,5$; $d = 18,4$; $d_1 = 55,2$ децим. *От.* 3 и 7,0685.

656. Рѣшить зад. 654, полагая $r = 3,5$; $d = 7,5$; $d_1 = 60$ дюй. *От.* 56 и 2463.

657. Имѣемъ два шара, свѣтящійся и темный; радіусъ перваго $= r$, а втораго r_1; $r > r_1$; разстояніе центровъ $= d$; длина тѣни, считая отъ центра темнаго шара, $= l$; по тремъ даннымъ изъ этихъ количествъ опредѣлить четвертое. *Рѣш.* $\frac{r}{r_1} = \frac{d+l}{l}$.

658. Вертикальный стержень h освѣщенъ солнцемъ; высота солнца $= m$; длина тѣни на горизонтальной плоскости $= l$ По двумъ даннымъ изъ этихъ количествъ опредѣлить третье. *От.* $h = l \operatorname{tg} m$.

Примѣч. Высотою свѣтила называется разстояніе свѣтила отъ горизонта, считая по кругу, проходящему чрезъ линію зенитовъ и данное свѣтило, или, иначе говоря, уголъ, образуемый направленіемъ исходящихъ отъ свѣтила лучей съ горизонтомъ.

659. Опредѣлить длину конуса земной тѣни и діаметръ перпендикулярнаго сѣченія, сдѣланнаго отъ центра земли на разстояніи 60 земныхъ радіусовъ. Разстояніе солнца отъ земли $= 24000$ зем. рад.; рад. солнца $= 112$ зем. радіусамъ. *От.* 214,28 и 0,7843 земн. рад.

660. Длина тѣни, отбрасываемой деревомъ при высотѣ солнца 66°30′, = 25 ф. Найти высоту дерева. *От.* 58,424 ф.

661. Въ какое время дня длина тѣни наименьшая? въ какое наибольшая?

662. Тѣнь башни $= \frac{1}{3}$ высоты ея. Опредѣлить высоту солнца *От.* 71°33′54″.

663. Наибольшая полуденная тѣнь, отбрасываемая вертикальнымъ стержнемъ въ 10 ф. вышины подъ широтою 51°, есть 36,06 ф. Опредѣлить наименьшую полуденную высоту

солнца въ этой широтѣ. *От.* Наименьшая высота солнца соотвѣтствуетъ наибольшей тѣни и = 15°30′.

664. Подъ какой широтой во время должайшаго дня въ нашемъ полушаріи, полуденная тѣнь вертикальнаго стержня $= 0$? *От.* 23°28′N.

665. Въ какихъ мѣстахъ земли полуденныя тѣни вертикальныхъ предметовъ $= 0$ во время равноденствій? *От.* На экваторѣ.

666. Въ какихъ мѣстахъ земли полуденныя тѣни вертикальныхъ предметовъ равны нулю во время кратчайшаго дня нашего полушарія? *От.* На тропикѣ Козерога.

667. Свѣтящая точка освѣщаетъ шаръ рад. 7 дюй. Разстояніе экрана отъ центра шара и отъ свѣтящейся точки 4 ф. и 10 ф. Опредѣлить величину площади тѣни, полагая, что экранъ поставленъ перпендикулярно къ линіи, соединяющей свѣтящую точку и центръ. *От.* 427.63 кв. дюй.

668. Солнечные лучи падаютъ на плоскость подъ уг. 30°. Опредѣлить степень освѣщенія, принимая освѣщеніе перпендикулярными лучами за единицу. *От.* $\frac{1}{2}$.

669. Означая чрезъ m яркость свѣта лампы на единицѣ разстоянія, выразить яркость ея разстояніи на 2,3 ..n единицъ. *От.* $\frac{m}{4}$, $\frac{m}{9}$ . . $\frac{m}{n^2}$.

670. На прямой a, соединяющей два источника свѣта, которыхъ яркости относятся какъ m: n, найти точку, равноосвѣщенную обоими источниками. *Рѣш.* Положивъ разстояніе искомой точки отъ перваго источника $= x$, изъ ур $\frac{m}{x^2} = \frac{n}{(a-x)^2}$, найдемъ $x = \frac{a\sqrt{m}}{\sqrt{m} \pm \sqrt{n}}$.

671. Рѣшить зад. 670, полагая $a = 40$ мет.; m: $n = 2\frac{1}{4}$. *От.* 24 и 120.

672. Рѣшить зад. 670, полагая $a = 9,5$ мет., m: $n=5,6$. *От.* 6678 и 16,456.

673. Рѣшить зад. 670, полагая $a = 40$ дюй.; $m : n = 16$. *От.* 32 д. и $53^1/_3$.

674. Во сколько разъ предметъ будетъ освѣщенъ слабѣе, если его отодвинуть отъ источника свѣта на разстояніе вдвое, втрое... въ n разъ болѣе прежняго?

675. Непрозрачная палочка освѣщается лампой и свѣчей и даетъ на экранѣ одинакія тѣни; разстояніе свѣчи отъ экрана = 1 м.; разстояніе лампы = $2^1/_2$ м. Во сколько разъ лампа свѣтитъ сильнѣе свѣчи? *От.* $6\ ^1/_4$.

676. Рѣшить зад. 675, полагая разстояніе свѣчи = 1,8 мет.; разстояніе лампы = 45 децим. *От.* $6^1/_4$.

677. Въ центрѣ пустаго шара рад. 4 мет. помѣщена свѣтящая точка и освѣщаетъ его внутреннюю поверхность съ силой = 1. Какова будетъ степень освѣщенія каждой точки поверхности шара рад. 20 мет., если туже свѣтящуюся точку помѣстить въ центрѣ его? *От.* $^1/_{25}$.

678. Опредѣлить высоту дерева, зная, что оно, при высотѣ солнца $52^o20'$, отбрасываетъ тѣнь длиной 80 ф. *От.* 103,63 ф.

679. Газовый рожокъ и лампа даютъ одинакія тѣни на разстояніяхъ первый 2, а вторая 4,74 ф. отъ экрана. Сравнить ихъ яркости. *От.* 5,617.

680. Что называется зеркаломъ? Какія удобства и неудобства зеркалъ стеклянныхъ и металлическихъ?

681. Почему въ телескопахъ и вообще въ оптическихъ инструментахъ употребляются металлическія зеркала?

682. Какъ узнать приблизительно толщину зеркальнаго стекла?

683. Лучъ падаетъ въ точкѣ M на плоское зеркало AB подъ угломъ 25^o. Построить направленіе луча по отраженіи. *Прим.* Угломъ паденія называется уголъ, образуемый лучомъ съ перпендикуляромъ паденія.

684. Построить изображеніе прямой линіи AB въ плоскомъ зеркалѣ. *Рѣш.* Изъ концовъ A и B линіи опускаемъ перпендикуляры AN и BM на зеркало и продолжаемъ ихъ за зеркало; откладываемъ NK = AN и ML = BM; KL буд. изображеніе.

685. Какое отношеніе между величиною и положеніемъ предмета и его изображенія въ плоскомъ зеркалѣ?

686. Какія изображенія наз. *дѣйствительными* и какія *мнимыми*?

687. Какія изображенія въ плоскомъ зеркалѣ? въ вогнутомъ? выпукломъ?

688. Сколько изображеній даетъ свѣтящая точка въ двухъ зеркалахъ, поставленныхъ подъ уг. 90^o, 60^o, 45^o, 10^o и параллельно одно другому?

689 Вертикальный предметъ поставленъ передъ зеркаломъ, составляющимъ уголъ 45^o съ горизонтомъ. Какое положеніе будетъ имѣть его изображеніе?

690. Имѣемъ открытую трубку, согнутую подъ прямымъ угломъ. Какъ сдѣлать, чтобъ сквозь нее были видны предметы? *От.* Помѣстить въ сгибѣ зеркало подъ уг. 45^o къ осямъ трубки.

691. Какой величины должно быть вертикально поставленное зеркало, чтобъ человѣкъ могъ видѣть себя во весь ростъ? *Рѣш.* Пусть AB будетъ зеркало; MN ростъ человѣка; построивъ изображеніе M_1N_1, соединимъ M_1 и N_1 съ M; пусть C и D будутъ точки пересѣченія линій M_1 M и N_1M съ зеркаломъ. Такъ какъ $CM = CM_1$, то $CD = \frac{M_1N_1}{2}$; т. е. зеркало должно быть не менѣе половины роста.

692. Имѣемъ два плоскихъ зеркала AB и CD, наклоненныхъ одно къ другому подъ угломъ a; лучъ свѣта SM падаетъ на AB въ точкѣ M, отражается по направленію MN, падаетъ въ N на другое зеркало CD и вторично отражается по направленію NK. Доказать, что уголъ SKN = b, составленный послѣднимъ направленіемъ луча съ первоначальнымъ его направленіемъ, вдвое болѣе угла a между зеркалами *Рѣш.* Продолживъ AB и CD до встрѣчи въ L и назвавъ O точку пересѣченія AL и NK, въ треуг. MOK и NOL имѣемъ при O или равные углы или общій уголъ (смотря потому, какъ сдѣланъ чертежъ); слѣд. $OMK + b = ONL + a = CNM + a = NML + 2a$; но OMK = NML; слѣд. $b = 2a$.

693. Человѣкъ смотритъ однимъ глазомъ въ зеркало, котораго размѣры на столько малы, что онъ не можетъ видѣть всего себя. Какую часть своего роста онъ увидитъ въ зеркалѣ? *От*. Вдвое болѣе величины зеркала.

694. Что называется оптическимъ центромъ зеркала? главною осью? фокусомъ? главнымъ фокусомъ? когда фокусъ называется мнимымъ?

695. Радіусъ зеркала $= r$. Найти главное фокусное разстояніе.

Прим. Въ этой и слѣдующихъ задачахъ предполагается, что зеркала имѣютъ поверхности сферическія.

696. Какъ опредѣлить практически главный фокусъ вогнутаго зеркала?

697. Главное фокусное разстояніе вогнутаго зеркала $= 7$ дюй. Опредѣлить разстояніе фокуса свѣтящейся точки, помѣщенной на главной оси на разстояніяхъ 50, 21, 14, 8, 7, 5 дюй. *Рѣш*. Изъ урав. $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ опредѣлить f вставляя послѣдовательно вмѣсто d данныя числа.

698. По даннымъ двумъ изъ количествъ f, F, d (зад. 697) найти третье.

699. Опредѣлить рад. зеркала, если свѣтящаяся точка, помѣщенная на главной оси въ разстояніи 10 дюй. отъ зеркала, даетъ изображеніе въ разстояніи 20 дюй. *От*. $13^1/_3$ дюй.

700. Найти d, если $F = 20$ д.; $f = 10$ д. и фокусъ мнимый. *От*. $6^2/_3$.

701. Построить изображеніе въ вогнутомъ зеркалѣ прямой MN, поставленной перпендикулярно главной оси, если 1, MN находится отъ зеркала далѣе центра; 2, между центромъ и главнымъ фокусомъ; 3., между главнымъ фокусомъ и зеркаломъ. *Рѣш*. Изъ крайней точки M проведемъ къ зеркалу два луча: одинъ MA, параллельный главной оси, который отразится въ главный фокусъ по направленію AF, и другой MO черезъ центръ, который отразится назадъ, самъ въ себя; точка M_1 пересѣченія MO съ AF и будетъ изображеніе M. Въ 1-мъ случаѣ точка M_1 буд. между центромъ и главнымъ фокусомъ, и изображеніе получится дѣйствительное, обратное и уменьшенное; во 2-мъ за центромъ, и изображеніе будетъ дѣйствительное, обратное и больше предмета; въ 3-мъ отраженные лучи будутъ расходящіеся и слѣд. не пересѣкутся; тогда должно продолжить ихъ за зеркало до пересѣченія, и получимъ изображеніе мнимое, прямое и увеличенное.

702. Радіусъ вогнутаго зеркала $= 2$ ф. Опредѣлить положеніе и величину изображенія предмета вышиной въ 2 д., поставленнаго на разстояніяхъ 6, 2, $1^1/_2$, 1, $^1/_2$ ф. *Рѣш*. Отношеніе величины изображенія къ величинѣ предмета (*увеличеніе*) $= W = \frac{F}{d - F}$ въ случаѣ дѣйствительныхъ и $\frac{F}{F - d}$ въ случаѣ мнимыхъ изображеній. По этимъ формуламъ опредѣлится величина изображенія; а положеніе по ур. $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$.

703. Опредѣлить положеніе и величину изображенія предмета въ 1 д. вышины, поставленнаго передъ вогнутымъ зеркаломъ рад. 5 ф. на разстояніи 2 ф. *От*. 10 ф; 5 д; мнимое.

704. Означая чрезъ d — разстояніе свѣтящейся точки, находящейся на главной оси, F — главное фокусное разстояніе выпуклаго зеркала, f — разстояніе изображенія, по двумъ даннымъ изъ этихъ количествъ найти третье. *Рѣш*. $\frac{1}{f} - \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$.

705. Опредѣлить положеніе изображенія точки, находящейся на главной оси выпуклаго зеркала, въ разстояніи 4 ф. отъ него. Радіусъ зеркала $= 2$ ф. *От*. $^4/_5$ ф.

706. Построить изображеніе въ выпукломъ зеркалѣ прямой линіи, перпендикулярной къ главной оси. *Рѣш*. Поступая по способу зад. 701, найдемъ, что *изображеніе будетъ всегда мнимое, прямое и уменьшенное*.

707. Радіусъ выпуклаго зеркала $= 24$ дюй. Опредѣлить положеніе и величину изображенія предмета вышиной въ 6 дюй., поставленнаго на разстояніи 36 дюй. отъ зеркала. *Рѣш*. Для выпуклыхъ зеркалъ W (см. зад. 702) $= \frac{F}{d + F}$ опредѣляетъ

величину изображенія; мѣсто опредѣлится изъ ур. $\frac{1}{f}-\frac{1}{d}=\frac{1}{F}$; получимъ $1\frac{1}{2}$ и 9 дюй

708. Два вогнутыхъ зеркала, которыхъ рад. r и r_1 поставлены одно противъ другаго, такъ что ихъ оптическія оси совпадаютъ. Разстояніе зеркалъ $=d$. Въ какой точкѣ помѣстить предметъ, чтобъ изображенія его отъ обоихъ зеркалъ были равны? *Рѣш.* Означивъ чрезъ x искомое разстояніе предмета отъ зеркала радіуса r и опредѣливъ увеличеніе для того и другаго зеркала, получимъ уравненіе, изъ котораго найдемъ $x=\frac{dr}{r+r_1}$.

709. Главное фокусное разстояніе вогнутаго зеркала $=F$; въ какомъ разстояніи отъ зеркала должно поставить предметъ, чтобы величина изображенія относилась къ величинѣ предмета какъ $m:n$? *Рѣш.* Изъ ур. $\frac{m}{n}=\frac{F}{\pm(d-F)}$ найдемъ $d=F\left(1\pm\frac{n}{m}\right)$. Если $m<n$, то предъидущая формула должна быть взята только по плюсу; при $m>n$ слѣдуетъ взять плюсъ или минусъ, смотря потому, должно ли быть изображеніе передъ зеркаломъ или позади его.

710. На какомъ разстояніи отъ вогнутаго зеркала, котораго главное фокусное разстояніе $=F$, долженъ быть поставленъ предметъ, чтобъ его изображеніе было въ m разъ болѣе или менѣе предмета? *От.* $F\left(1\pm\frac{1}{m}\right)$ и $F\,(m+1)$.

711. Въ какомъ разстояніи отъ выпуклаго зеркала радіуса r долженъ быть помѣщенъ предметъ, чтобъ величина изображенія относилась къ величинѣ предмета какъ $m:n$? *От.* $\frac{r}{2}\left(\frac{n}{m}-1\right)$.

712. На весьма маломъ разстояніи отъ центра вогнутаго зеркала (нѣсколько ближе къ зеркалу) помѣщена свѣтящаяся точка; она даетъ изображеніе въ видѣ маленькаго свѣтлаго

кружка, лежащаго также весьма близко отъ центра, но по другую сторону; помѣстивъ глазъ нѣсколько дальше изображенія, наблюдатель видитъ всю поверхность зеркала освѣщенною; если поставить между глазомъ и изображеніемъ экранъ, перпендикулярный къ оси, то свѣтъ совершенно исчезаетъ. Показать, что это явленіе служитъ доказательствомъ совершенной правильности зеркала. Что было бы, еслибъ въ какой нибудь точкѣ зеркала было возвышеніе?

713. Въ какихъ разстояніяхъ отъ вогнутаго зеркала радіуса 10 ф. долженъ быть послѣдовательно помѣщенъ предметъ, чтобъ изображеніе его было вдвое, втрое..., въ десять разъ менѣе самаго предмета? *От.* 15,20, 25....55 ф.

714. Предметъ длиною въ 1 ф. поставленъ передъ выпуклымъ зеркаломъ радіуса 3 ф. и даетъ изображеніе на разстояніи $1\frac{1}{5}$ ф. отъ зеркала. Опредѣлить разстояніе предмета и величину изображенія. *От.* 6 и $\frac{1}{5}$ ф.

715. Опредѣлить мѣсто и величину изображенія предмета вышиной 12 деци́м., поставленнаго на разстояніи 3,4 м. отъ вогнутаго зеркала рад. 9,5 децим. *От.* 55,2 и 19,5 цент.

716. Опредѣлить мѣсто и величину изображенія предмета $\frac{3}{4}$ ф. вышины, помѣщеннаго на разстояніи 4 ф. отъ вогнутаго зеркала радіуса 12 дюй. *От.* 8 и 2,41 дюй.

717. Какимъ образомъ *практически* опредѣлить главное фокусное разстояніе выпуклаго зеркала? *От.* Покрываютъ поверхность зеркала бумагой, оставивъ только, въ равномъ разстояніи отъ оптическаго центра E и на одномъ перпендикулярѣ къ главной оси, два небольшихъ круглыхъ отверстія A и B. Передъ зеркаломъ ставится экранъ, въ которомъ дѣлается отверстіе, діаметръ котораго болѣе разстоянія AB первыхъ двухъ отверстій. Если принять на зеркало солнечные лучи параллельно главной оси, то свѣтъ отразится только отъ A и B, и на экранѣ получатся два свѣтлыхъ изображенія въ a и b. — Подвигаютъ экранъ такъ, чтобъ $ab=2$AB. Тогда разстояніе ED оптическаго центра отъ экрана будетъ равно главному фокусному разстоянію. Дѣйствительно, продолживъ лучи Aa и Bb до пересѣченія въ F, найдемъ FE=ED, такъ какъ AB=$\frac{1}{2}ab$.

718. На поверхность стекла, которaго показатель преломленія $^3/_2$, падаетъ лучъ подъ даннымъ уг. a. Построить направленіе луча преломленнаго. *Рѣш.* По закону преломленія имѣемъ $\text{sn}x = {}^2/_3 \text{sn}a$, слѣд вопросъ приводится къ построенію угла по данному sn. (См. Тригонометрію Малинина § 2).

719. Лучъ идетъ внутри стеклянной массы; уголъ паденія при встрѣчѣ поверхности, отдѣляющей стекло отъ пустаго пространства, равенъ данному углу a Построить направленіе луча по выходѣ изъ стекла. *От.* Построить уголъ, котораго $\text{sn} = {}^3/_2 \text{sn}a$.

720. Лучъ идетъ въ пустотѣ и встрѣчаетъ прозрачную средину. Всегда ли онъ войдетъ въ нее? *От.* Всегда, потому что, называя i и r углы паденія и преломленія, имѣемъ $\text{sn}r = \frac{\text{sn}i}{n}$, гдѣ n — показатель преломленія; такъ какъ $\text{sn}i < 1$, а $n > 1$, то $\frac{\text{sn}i}{n}$ всегда есть дробь, и слѣд. всегда можно найти уголъ, котораго синусъ равенъ этой дроби.

721. Имѣемъ три прозрачныя средины: алмазъ, воду, стекло; на каждую изъ нихъ падаютъ по одному лучу подъ угломъ 40°25′. Показатели преломленія $^5/_2$, $^4/_3$, $^3/_2$. Опредѣлить помощью вычисленія направленіе преломленнаго луча въ каждой срединѣ. *Отв.* 15°1′49″; 29°5′39″ и 25°36′31″.

722. Внутри стекла, алмаза, воды идутъ по одному лучу; уголъ паденія при встрѣчѣ съ поверхностью, отдѣляющей прозрачныя средины отъ пустаго пространства, = 10°15′. Опредѣлить вычисленіемъ направленіе лучей по выходѣ изъ срединъ. *От.* 15°28′51″; 26°24′51″ и 13°43′29″.

723. Лучъ идетъ внутри прозрачной среды; всегда ли онъ можетъ выйти изъ нея въ пустоту? *От.* Нѣтъ, потому что $\frac{\text{sn}i}{\text{sn}r} = \frac{1}{n}$, откуда $\text{sn}r = n\,\text{sn}i$; такъ какъ $n > 1$, то можетъ быть такой уголъ паденія i, при которомъ $n\text{sn}i > 1$; но $\text{sn}r$ всегда долженъ быть < 1; слѣд. можетъ быть такое направленіе луча въ прозрачной срединѣ, что $\text{sn}r$ сдѣлается величиной невозможной, и лучъ изъ стекла не выйдетъ.

724. Всегда ли лучъ можетъ перейти изъ менѣе плотной прозрачной среды въ болѣе плотную и на оборотъ?

725 Что дѣлается съ лучомъ, если онъ не можетъ выйти изъ прозрачной среды?

726. Лучъ идетъ въ стеклѣ подъ угломъ 60°; опредѣлить направленіе его по выходѣ въ пустоту. *От.* Лучъ не можетъ выйти изъ стекла.

727. Опредѣлить уголъ, при которомъ начинается полное внутреннее отраженіе (уголъ предѣла) въ средѣ, которой показатель премленія $= n$. *Рѣш.* Полагая въ ур. $\frac{\text{sn}i}{\text{sn}r} = \frac{1}{n}$ уг. $r = 90°$, найдемъ $i = \text{arc sn}\,\frac{1}{n}$.

728. Опредѣлить углы предѣла для стекла, воды, алмаза. *От.* 41°48′38″; 48°35′27″ и 23°34′41″.

729. Опредѣлить показатель преломленія при переходѣ луча изъ среды, которой показатель преломленія n, въ среду, имѣющую показатель преломленія n_1. *От.* $\frac{n_1}{n}$.

730. Если противъ плоскаго стекляннаго зеркала поставить свѣчу и смотрѣть съ боку на зеркало, то увидимъ нѣсколько изображеній свѣчи. Объяснить это явленіе.

731. Опредѣлить показатель преломленія при переходѣ луча изъ воды (пок. прел. 1,3) въ флинтгласъ (пок. прел. 1,6). *От.* 1,23.

732 Лучъ идетъ въ пустотѣ и падаетъ подъ угломъ 30° на прозрачную среду, состоящую изъ трехъ параллельныхъ слоевъ: воды, стекла и алмаза. Опредѣлить его направленіе внутри послѣдняго слоя *От.* 11°32′13″.

733. Лучъ входитъ подъ угломъ a въ среду, ограниченную параллельными плоскостями. Найти его направленіе по выходѣ изъ нея.

734. Лучъ входитъ подъ уг. 40° изъ пустоты въ стеклянную массу толщиной 10 д., ограниченную параллельными плоскостями. Найти разстояніе между падающимъ и выходящимъ лучами *От.* 2,795 дюй.

735. Почему игра въ бриллiантѣ гораздо лучше, нежели въ стразахъ?

736. На треугольную призму, которой преломляющiй уголъ $= A$, падаетъ лучъ подъ угломъ i; углы преломленія внутри призмы r и r_1; уголъ, подъ которымъ лучъ выходитъ изъ призмы, $= i_1$; уголъ отклоненія луча $= D$; показатель преломленія $= n$. Вывести уравненія, выражающія взаимное отношеніе этихъ количествъ. *Рѣш.* $\operatorname{sn} i = n \operatorname{sn} r$; $\operatorname{sn} i_1 = n \operatorname{sn} r_1$; $A = r + r_1$; $D = i - r + i_1 - r_1 = i + i_1 - A$. Формулы упрощаются: 1., если падающiй лучъ перпендикуляренъ къ поверхности вхожденія, и слѣд., $i = 0$, $r = 0$; 2, если $i = i_1$; $r = r_1$ (minimnm отклоненія). Въ случаѣ наименьшаго отклоненія можно опредѣлить n ; $n = \dfrac{\operatorname{sn} i}{\operatorname{sn} r} = \dfrac{\operatorname{sn}\left(\dfrac{D+A}{2}\right)}{\operatorname{sn}\dfrac{A}{2}}$; величины D и A можно опредѣлить опытомъ. Если i, i_1, r, r_1 углы малые, то $i = nr$, $i_1 = nr_1$, и слѣд. отклоненіе $D = A\,(n-1)$, откуда $n = 1 + \dfrac{D}{A}$.

737. Лучъ падаетъ на призму подъ уг. 10°; прелом. уг. приз. $= 36^\circ 39'$; показ. прел. $= {}^3/_2$. Подъ какимъ угломъ лучъ выходитъ изъ призмы? *От.* $48^\circ 35' 44''$.

738. Опредѣлить при условiяхъ предъидущей задачи уголъ отклоненія луча. *От.* $21^\circ 56' 44''$.

739. Опредѣлить уголъ отклоненія луча, падающаго на стеклянную призму, которой преломляющiй уголъ $= 60^\circ$, подъ угломъ 45°. *От.* $37^\circ 22' 42''$.

740. Подъ какимъ угломъ долженъ падать лучъ на стеклянную призму, которой преломляющiй уголъ $= 30^\circ$, чтобъ отклоненіе было наименьшее? *От.* $22^\circ 50' 40''$.

741. Опредѣлить уголъ наименьшаго отклоненія луча въ стеклянной призмѣ, которой преломляющiй уголъ $= 30^\circ$. *От.* $15^\circ 41' 20''$.

742. Преломляющiй уголъ призмы $= 20^\circ 21'$; уголъ наименьшаго отклоненія $= 24^\circ 40'$. Опредѣлить показатель преломленія вещества призмы. *От.* 2,123.

743. Лучъ падаетъ перпендикулярно на стеклянную призму, которой преломляющiй уголъ 30°. Опредѣлить уголъ отклоненія. *Отв.* $18^\circ 35' 25''$.

744. Лучъ падаетъ перпендикулярно на равнобедренную стеклянную призму, которой преломляющiй уголъ прямой. Опредѣлить его направленіе по выходѣ изъ призмы. *От.* Лучъ отразится на гипотенузѣ и выйдетъ перпендикулярно къ третьей сторонѣ призмы.

745. Опредѣлить главное фокусное разстояніе выпуклаго стекла, котораго радiусы 10 и 12 д., а показатель преломленія ${}^3/_2$ *От.* Изъ урав. $\dfrac{1}{F} = (n-1)\left(\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{r_1}\right)$ найдемъ $F = 10,909$ дюй.

746. Опредѣлить главное фокусное разстояніе двояковогнутаго стекла, если $r = r_1 = 12$ д. *От.* Изъ уравненія $\dfrac{1}{F} = -(n-1)\left(\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{r_1}\right)$ найдемъ $F = -12$ д.

747. Найти главное фокусное разстояніе двояковыпуклаго стекла, котораго радiусы 3,6 и 4,8 дюй.; а показатель преломленія $= 1,5$. *От.* 4,11 дюйма.

748. Сравнить главныя фокусныя разстоянія двояковыпуклаго стекла и двояковыпуклаго алмаза, полагая, что кривизны ихъ съ обѣихъ сторонъ одинаковы. *От.* Отношеніе фокусныхъ разстояній равно 3.

749. Опредѣлить мѣсто фокуса свѣтящейся точки, находящейся на главной оси въ разстояніи 16 цент. отъ двояковыпуклаго стекла, котораго главное фокусное разстояніе $= 8$ цент. *От.* 16 цент.

750. Опредѣлить мѣсто фокуса свѣтящейся точки, помѣщенной въ разстояніи 2 дюй. отъ собирающаго стекла, котораго главное фокусное разстояніе $= 10$ дюй. *От.* $2^1/_2$ дюй.; фокусъ мнимый.

751. Опредѣлить мѣсто изображенія свѣтящейся точки, находящейся отъ двояковогнутаго стекла въ разстояніи 20 дюй., полагая главное фокусное разстояніе $= 5$ дюй. *От.* 4 дюй.

752. Построить изображеніе въ двояковыпукломъ стеклѣ прямой линіи AB, перпендикулярной къ главной оси. *Рѣш.* Изъ точки A проводимъ два луча: одинъ черезъ оптическій центръ, который пройдетъ стекло безъ преломленія; другой параллельный главной оси; этотъ лучъ, по преломленіи, пройдетъ черезъ главный фокусъ стекла; въ точкѣ *a* пересѣченія этихъ двухъ лучей будетъ изображеніе точки A. Если AB будетъ отстоять отъ стекла далѣе двойнаго фокуснаго разстоянія, то изображеніе будетъ дѣйствительное, обратное и уменьшенное; если она будетъ находиться между фокусомъ и двойнымъ фокуснымъ разстояніемъ, то изображеніе будетъ дѣйствительное, обратное и увеличенное; наконецъ, когда AB находится между главнымъ фокусомъ и стекломъ, получится изображеніе мнимое, прямое и увеличенное.

753. Построить въ двояковогнутомъ стеклѣ изображеніе прямой AB, перпендикулярной къ главной оси. *Рѣш.* Сдѣлавъ построеніе, указанное въ зад. 752, найдемъ, что изображеніе будетъ всегда мнимое, прямое и уменьшенное.

754. Главное фокусное разстояніе собирающаго стекла $=15$ дюй. Опредѣлить мѣсто и величину изображенія предмета вышиной въ 5 дюй., поставленнаго на разстояніи 20 дюй. отъ стекла. *От.* Отношеніе величины изображенія къ величинѣ предмета $= W = \frac{f}{d}$, гдѣ f опредѣляется изъ ур. $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$ въ случаѣ дѣйствительнаго, и изъ ур $\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ въ случаѣ мнимаго изображенія; въ данномъ примѣрѣ $f = 60$ дюй.; а величина изображенія $= 15$ дюй.

755. Какъ опредѣлить практически главный фокусъ собирающаго стекла?

756. Опредѣлить главное фокусное разстояніе двояковыпуклаго стекла, котораго показатель преломленія $^3/_2$, а рад. 18 и 6 д. *От.* 9 дюй.

757. На какомъ разстояніи отъ выпуклаго стекла, котораго главное фокусное разстояніе F, нужно помѣстить предметъ, чтобъ отношеніе величины изображенія въ величинѣ предмета $= \frac{m}{n}$? *От.* $F\left(1 \pm \frac{n}{m}\right)$.

758 Опредѣлить мѣсто и величину изображенія предмета въ двояковогнутомъ стеклѣ, котораго главное фокусное разстояніе $= F$; разстояніе предмета отъ стекла $= d$ *Рѣш.* Разсѣвающее стекло кажущимся образомъ приближаетъ предметъ; смотря черезъ такое стекло на предметъ, находящійся на разстояніи d, мы видимъ мнимое изображеніе этого предмета на близкомъ отъ стекла разстояніи f, опредѣляемомъ изъ ур. $\frac{1}{f} - \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$; это изображеніе въ $d : f$ разъ меньше предмета; опредѣливъ f чрезъ d и F, найдемъ $W = \frac{F}{d+F}$.

759. На какомъ разстояніи отъ вогнутаго стекла, котораго главное фокусное разстояніе $= F$, долженъ быть поставленъ предметъ, чтобъ его изображеніе было въ m разъ менѣе предмета? *От.* $d = F\,(m - 1)$.

760. Предметъ вышиною 10 цент. поставленъ на разстояніи 27 дюй. отъ собирающаго стекла, котораго главное фокусное разстояніе $= 9$ дюй. Опредѣлить мѣсто и величину изображенія. *От.* 13,5 дюй. и 5 цент.

761. Предметъ вышиною 8 дюй. поставленъ на разстояніи 2 дюй. отъ собирающаго стекла, котораго главное фокусное разстояніе $= 6$ дюй. Опредѣлить мѣсто и величину изображенія. *От.* 3 и 12 дюй; мнимое.

762. Опредѣлить мѣсто и величину изображенія предмета въ 15 дюй. вышины, разсматриваемаго чрезъ двояковогнутое стекло, котораго главное фокусное разстояніе 4 дюй.; разстояніе предмета отъ стекла 56 дюйм. *От.* $3\,^{11}/_{15}$ и 1 дюймъ.

763. Чрезъ вогнутое стекло, котораго главное фокусное разстояніе равно 6 цент., смотрятъ на предметъ, помѣщенный на разстояніи 12 цент. отъ стекла. Во сколько разъ изображеніе меньше предмета? *От.* Въ 3 раза.

764. Отчего нормальный глазъ видитъ ясно и близкіе и отдаленные предметы?

765. Въ чемъ состоитъ близорукость и дальнозоркость? Какіе очки должны носить близорукіе и какіе дальнозоркіе?

766. Отчего мы видимъ предметы въ прямомъ видѣ, хотя ихъ изображенія рисуются на ретинѣ въ обратномъ?

767. Если расположить весьма близко отъ глаза карту съ маленькимъ отверстіемъ и между глазомъ и картой держать булавку, то мы увидимъ въ отверстіи тѣнь булавки въ обратномъ видѣ. Объяснить это явленіе.

768. Опредѣлить увеличеніе простаго микроскопа. *Рпш.* Смотря черезъ двояковыпуклое стекло на предметъ, помѣщенный отъ него на разстояніи d (между главнымъ фокусомъ и стекломъ), мы видимъ мнимое изображеніе этого предмета, которое находится отъ стекла на разстояніи f, опредѣляемомъ изъ формулы $\frac{1}{d} - \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$, и котораго величина въ $\frac{f}{d}$ разъ болѣе предмета; но для того, чтобы изображеніе было ясно, необходимо, чтобы оно находилось на разстояніи яснаго зрѣнія отъ глаза, а слѣд. и отъ стекла, такъ какъ глазъ помѣщается весьма близко отъ стекла; по этому f должно быть $= D =$ разстоянію яснаго зрѣнія, и увеличеніе $= \frac{D}{d}$, гдѣ d опредѣляется изъ урав $\frac{1}{d} - \frac{1}{D} = \frac{1}{F}$; поэтому увеличеніе $= \frac{D + F}{F}$; но какъ F величина незначительная, то обыкновенно принимаютъ увеличеніе $= \frac{D}{F}$.

769. Опредѣлить увеличеніе сложнаго микроскопа. *Рпш.* Объективъ даетъ дѣйствительное изображеніе предмета въ обратномъ и увеличенномъ видѣ; это изображеніе разсматривается чрезъ окуляръ, какъ чрезъ лупу; означая d — разстояніе предмета отъ объектива, найдемъ увеличеніе объектива $= \frac{F}{d - F}$ (см. зад 754), а увеличеніе окуляра $= \frac{D + F_1}{F_1}$ (см зад. 768), поэтому увеличеніе микроскопа $= \frac{F(D + F_1)}{F_1(d - F)}$. Отсюда видно, что увеличеніе будетъ тѣмъ значительнѣе, чѣмъ ближе поставленъ предметъ къ фокусу объектива и чѣмъ болѣе разстояніе яснаго зрѣнія наблюдателя.

770. Найти увеличеніе Кеплерова телескопа, если фокусное разстояніе объектива $= F = 14$ дюй., а окуляра $= f = 0{,}8$ дюй. *От.* $W = \frac{F}{f} = 17^1/_2$.

771. Найти увеличеніе Галилеевой трубы, если фокусное разстояніе объектива $= F = 6$ дюй., а окуляра $= f = 1$ дюй. *От.* $W = \frac{F}{f} = 6$.

772. Сравнить увеличеніе двухъ одинаковой формы лупъ изъ стекла и алмаза. *От.* Принявъ увеличеніе $= \frac{D}{F}$, найдемъ, что алмазная лупа увеличиваетъ втрое сильнѣе.

773. Наблюдатель видитъ ясно предметъ на разстояніи n; желаетъ видѣть ясно на разстояніи n_1 центим. Какое стекло онъ долженъ взять? *Рпш* Задача приводится къ слѣдующей: каково должно быть главное фокусное разстояніе стекла, чтобъ, помѣстивъ предметъ на разстояніи отъ стекла n_1 цент., получить изображеніе его на разстояніи n цент.? *От.* Изъ урав. $\frac{1}{n_1} - \frac{1}{n} = \frac{1}{F}$ найдемъ $F = \frac{nn_1}{n - n_1}$.

774. Какого вида должно быть стекло (зад. 773), если $n_1 > n$ и если $n_1 < n$?

775. Опредѣлить увеличеніе лупы, которой фокусное разстояніе $= 1$ дюйму, полагая разстояніе яснаго зрѣнія $= 8$ дюйм. *От.* 9 разъ.

776. Какіе телескопы удобнѣе: діоптрическіе или катоптрическіе?

777. Что называется полемъ зрѣнія трубы и чѣмъ оно опредѣляется?

778. Можно ли употреблять Галилееву трубу какъ астрономическую? Какія удобства Галилеевой трубы?

779. Близорукій начинаетъ смотрѣть въ театральный бинокль тотчасъ послѣ дальнозоркаго. Что онъ долженъ сдѣлать съ окуляромъ?

780. Нельзя ли сдѣлать такъ, чтобъ выпуклыя стекла разсѣевали, а вогнутыя собирали свѣтъ?

VIII.

Теплота. Переводъ показаній термометра съ одной скалы на другую. Линейное и кубическое расширеніе твердыхъ тѣлъ. Расширеніе жидкостей. Расширеніе газовъ. Пары. Удѣльная теплота. Скрытая теплота.

781. Что называется термометромъ? Почему ртуть есть жидкость, самая удобная для термометра? Можно ли употреблять ртутный термометръ для измѣренія слишкомъ высокихъ и низкихъ температуръ?

782. Одинаково ли расширяются тѣла отъ теплоты?

783. Почему если въ холодный стаканъ налить горячей воды, то онъ можетъ лопнуть? Какіе стаканы чаще лопаются: тонкаго или толстаго стекла?

784. Если въ комнатѣ помѣщено нѣсколько ртутныхъ термометровъ одинаковой системы, напр. Реомюра, то всѣ они показываютъ одинаковое число градусовъ, хотя величина этихъ термометровъ можетъ быть весьма различна. Объяснить это.

785. Отъ чего зависитъ чувствительность ртутнаго термометра?

786. $t^\circ C$ перевести на градусы R. *Рѣш.* $100^\circ C = 80^\circ R$

$$1^\circ C = {}^4/_5{}^\circ R$$

$$t^\circ C = {}^4/_5 t^\circ R.$$

787. $t^\circ F$ перевести на градусы R. *Рѣш.* Гдѣ въ термометрѣ R поставленъ 0, тамъ въ терм. F поставлено 32; потому, чтобъ перевести градусы F на R, должно сперва при-

вести къ одному началу дѣленій, то есть вычесть 32° изъ t°; такъ

какъ $180^\circ F = 80^\circ R$

то $1^\circ F = \frac{4}{9}{}^\circ R$

$t^\circ F = \frac{4}{9}(t - 32)^\circ R$.

788. $t^\circ R$ перевести на градусы F.

Рѣш. $80^\circ R = 180^\circ F$

$1^\circ R = \frac{9}{4}{}^\circ F$

$t^\circ R = \frac{9}{4} t^\circ + 32^\circ F$.

789. $20^\circ R$ перевести на градусы C и F. *От.* 25° и 77°.

790. $50^\circ F$ перевести на R и C. *От.* 8° и 10°.

791. Перевести на градусы R и F:

10°,86 C. *От.* 8°,688 и 51°,548.

34°,72. *От.* 27°,776 и 94°,496.

75°, 2. *От.* 60°,16 и 167°,36.

— 20°. *От.* — 16° и — 4°.

792. Перевести на градусы C и F:

— 5° R. *От.* — 6°,25 и 20°,75.

— 11°,3. *От.* — 14°,1 и 6,6.

$12^\circ\frac{3}{4}$. *От.* 15°,9 и 60°,6.

$43^\circ\frac{4}{5}$. *От.* 54°,75 и 130°,55.

793. Перевести на градусы R и C:

40°F. *От.* 3°,6 и 4°4.

100°F. *От* 30,2 и 37°,8.

8°F. *От.*—10,7 и—13°,3.

$-4^\circ\frac{1}{2}F$. *От.*—16°,2 и—20°,3.

34°,5F. *От.* 1°,1 и 1°,4.

—12°,6F *От* —19°,8 и—24°,8

— 3°,4F. *От.*—15°,6 и—19°,7.

12°,3F. *От.*—8°,7 и—8°,8.

794. Выразить въ град. C разность между — 15°R и — 10°F. *От.* 4°,5.

795. Температура наибольшей плотности воды = 4°C. Опредѣлить ее по F и R. *От.* 3°,2 и 39°,12.

796. Выразить по R и F слѣдующія температуры:

кипѣнія спирта 75°C. *От.* 60° и 167°.

кипѣнія ртути 360°. *От.* 288°, и 680°.

кипѣнія жидкой сѣрнистой кислоты —10°. *От.*—8° и 14°.

плавленія ртути —40°. *От.*—32° и—40.

797. При какой температурѣ термометры R и C показываютъ одинакое число градусовъ? *От.* 0°.

798. При какой температурѣ термометры R и F совпадаютъ? *Рѣш.* Если $x^\circ F = x^\circ R$, то, переведя градусы F на R, получимъ ур. $(x-32)\frac{4}{9} = x$, откуда $x = -25,6$,

799. Рѣшить зад. 798 относительно термометровъ C и F. *От.* — 40°

800. Какія дѣленія C и R соотвѣтствуютъ 0°F? *От.*—17°,78 C и — 14°,22 R.

801. При какой температурѣ термометры C и F показываютъ число градусовъ одинакое, но съ противными знаками? *Рѣш.* Изъ ур $x^\circ F = -x^\circ C$, приведя градусы къ одной скалѣ, найдемъ $x = 11\frac{3}{7}{}^\circ$.

802. Рѣшить зад. 801 относительно термометровъ R и F *От.* 9°,85.

803. Металлическая полоса при t° имѣетъ длину l, а при t°_1 длину l_1. Найти коэффиціентъ линейнаго расширенія.

Прим. Коэффиціентомъ линейнаго расширенія называется приращеніе единицы длины тѣла при нагрѣваніи на 1°. *Рѣш.* Температура полосы увеличилась на $t_1 - t^\circ$, а длина ея на $l_1 - l$; слѣд.

длина l отъ нагрѣванія на $t_1 - t^\circ$ увеличилась на $l_1 - l$

1 — — — — $t_1 - t^\circ$ — — — $\frac{l_1 - l}{l}$

1 — — — — 1° — — — $\frac{l_1 - l}{l(t_1 - t)}$

И такъ $k = \frac{l_1 - l}{l(t_1 - t)}$.

804. Коэф. лин. расш. по стоградусному термометру = k; выразить его по R и F. *От.* $\frac{5}{4}k$ и $\frac{5}{9}k$.

805. Доказать, что коэффиціентъ плоскостнаго расширенія k_1 равенъ удвоенному коэффиціенту линейнаго расширенія.
Прим. Коэф. плоск. расш. наз. приращеніе единицы поверхности тѣла при нагрѣваніи на 1°. *Рѣш.* Пусть имѣемъ квадратъ, котораго сторона $=1$, напр. 1 дюй.; тогда площадь его $=$ $=1$ кв. д.; если нагрѣть его на 1°, то площадь обратится въ $1+k_1$; а такъ какъ сторона будетъ $1+k$, то $1+k_1=$ $=(1+k)^2=1+2k+k^2$. Но k есть весьма малая дробь, слѣд. $k_1=2k$.

806. Доказать, что коэф. кубическаго расширенія $K=$ утроенному коэф. лин. расширенія.

Прим. Коэф. куб. расш. наз. приращеніе единицы объема тѣла при нагрѣваніи на 1°. *Рѣш.* Пусть имѣемъ кубъ, котораго ребро $=1$ д.; объемъ его $=1$ кб. д.; нагрѣвши его на 1°, получимъ $1+K=(1+k)^3$. Возведя въ кубъ и отбросивъ вторую и третью степени k, найдемъ $K=3k$.

807. Зная длину l_0, поверхность s_0, объемъ v_0, плотность d_0 тѣла при 0°, найти длину l, поверхность s, объемъ v, плотность d тогоже тѣла при t°. Коэф. лин. расш. $=k$. *Рѣш.* Приращеніе единицы длины при нагрѣваніи на 1° есть k; приращеніе единицы длины при нагрѣваніи на t° будетъ въ t разъ больше, т. е. kt. Итакъ 1 обратится въ $1+kt$
l^0 — — въ $l=l^0(1+kt)$.
Точно также найдемъ: $s=s_0\,(1+2kt)$ (см. зад 805)
$v=v_0\,(1+3kt)$ (см. зад. 806).
Плотности при одинаковомъ вѣсѣ обратно пропорціональны объемамъ; слѣд. $\frac{d}{d_0}=\frac{v_0}{v_0(1+3kt)}$, или $d=\frac{d_0}{1+3kt}$.

Прим. $1+kt$, а также $1+2kt$, $1+3kt$ наз. *биномомъ расширенія.* При рѣшеніи задачъ на расширеніе тѣлъ приходится помножать или дѣлить на биномъ расширенія.

808. Зная длину l, поверхность s, объемъ v, плотность d тѣла при t°, найти длину l_0, поверхность s_0, объемъ v_0, плотность d_0 того же тѣла при 0°. *От.* $l_0=\frac{l}{1+kt}$; $s_0=$ $=\frac{s}{1+2kt}$; $v_0=\frac{v}{1+3kt}$; $d_0=d\,(1+3kt)$.

809. Зная длину l, поверхность s, объемъ v, плотность d тѣла при t°, найти длину l_1, поверхность s_1, объемъ v_1, плотность d_1 того же тѣла при t_1°. *От.* Такъ какъ $l_1=$ $=l_0\,(1+kt_1)$....., то опредѣливъ l_0, s_0.... чрезъ l, s.... по зад. 808, найдемъ: $l_1=\frac{l\,(1+kt_1)}{1+kt}$; $s_1=\frac{s\,(1+2kt_1)}{1+2kt}$; $v_1=$ $=\frac{v\,(1+3kt_1)}{1+3kt}$; $d_1=\frac{d\,(1+3kt)}{1+3kt_1}$. Впрочемъ при рѣшеніи числовыхъ задачъ можно пользоваться болѣе простыми формулами: $l_1=l\,[1+k(t_1-t)]$; $s_1=s\,[1+2k(t_1-t)]$....

810. Кругъ имѣетъ рад. r при 0°; найти площадь круга при t°. *От.* $\pi r^2(1+2kt)$.

811. Привести къ нулю показаніе барометра; т. е. зная высоту h барометра при t°, найти, какую высоту h_0 онъ имѣлъ бы, еслибъ ртуть была при 0°. Коэф. расширенія ртути $={}^1/_{5550}$. *Рѣш.* Высота барометра при 0° должна быть во столько разъ меньше высоты его при t°, во сколько плотность ртути при t° менѣе плотности ея при 0°; т. е. $\frac{h_0}{h}=\frac{d}{d_0}=\frac{1}{1+kt}$ (такъ какъ плотности обратно пропорціональны объемамъ); или $\frac{h_0}{h}=\frac{1}{1+\frac{t}{5550}}=\frac{5550}{5550+t}$; слѣд. $h_0=\frac{5550\,h}{5550+t}$.

Прим. Ошибка, происходящая отъ расширенія масштаба, въ расчетъ не принимается.

812. Опредѣлить при t° поверхность и объемъ шара, который при 0° имѣетъ рад. r. *От.* $4\pi r^2(1+2kt)$, ${}^4/_3\pi r^3(1+3kt)$.

813. Радіусъ шара при $t^\circ=r$; найти его объемъ при t_1°. *От* ${}^4/_3\pi r^3\frac{(1+3kt_1)}{1+3kt}$.

814. Стеклянный сосудъ вмѣщаетъ при t^o p грам. жидкости, которой плотность d. Найти его объемъ при 0°. *Рѣш.* Объемъ сосуда при $t^o = \frac{p}{d}$ куб. цент.; объемъ его при $0^o =$ $= \frac{p}{d(1+3\kappa t)}$, гдѣ κ—коэф. лин. расш. стекла.

Прим. Опытъ показалъ, что сосудъ расширяется также, какъ расширялся бы сплошной кусокъ того же объема.

Прим. Во всѣхъ слѣдующихъ задачахъ температуры, помѣщенныя безъ означенія термометрической скалы, выражены по стоградусному термометру.

815. Коэф. лин. расш. желѣза по $C = 0{,}000012$; выразить его по термометрамъ R и F. *От.* 0,000015 и 0,000007.

816. Желѣзная полоса при 100° имѣетъ длину 2364 миллим.; найти ея длину при—20°. Коэф. лин. расш = 0,00001. *От.* 2361,2 милл.

817. Опредѣлить при 100° поверхность и объемъ шара, котораго діаметръ при 0° = 1 дюйму; коэф. лин. расш.=0,00001. *От.* 12,59 и 4,2014.

818. Стеклянный сосудъ содержитъ 1000 куб. цент. ртути при 0°. Сколько ртути (по вѣсу) вытечетъ изъ сосуда при 100°? Коэф. расш. ртути = $^1/_{5550}$; коэф. лин. расш. стекла= = 0,000009. *Рѣш.* Объемъ сосуда при 100° = 1002,7, а ртути 1018 куб. цент.; слѣд. выльется 15,3 куб. цент. = = 208,1 гр. ртути.

819. Высота барометра при 30° = 773,16 милл. Привести къ нулю. *От.* 769 милл.

820. Высота барометра при —13°,55 = 758,5 милл.; привести къ нулю. *От.* 760,36 милл.

821. Металлическая полоса имѣетъ длину 12,36 дюйм. при 20° и 12,38 дюйм. при 60°. Найти коэф. лин. расш. *От.* 0,00004.

822. Мѣдный прутъ имѣетъ длину 483,4 цент. при 100°; найти его длину при 0°; $\kappa = 0{,}000017$. *От.* 482,57 цент.

823. Опредѣлить объемъ 30 кгр. ртути при 85°. Плот. ртути = 13,59; коэф расш. = $^1/_{5550}$. *От.* 2,241 лит.

824. Высота барометра при 0° = 766 милл.; найти его высоту, еслибъ ртуть была при 27°. *От.* 769,73 милл.

825. Высота барометра при 20° = 770 милл. Привести къ нулю. *От.* 767,23 милл.

826. Коническій сосудъ, котораго высота 87, а діаметръ основанія 46 цент., наполненъ ртутью при темпер. 26°. Опредѣлить вѣсъ ртути, полагая, что плотность ея при 0°=13,596; а коэф. расш. = 0,00018. *От.* Вѣсъ ртути = объему, умноженному на плотность ея при 26° = 652,3 кгр.

827. Полоса цинка имѣетъ длину 463,75 дюйм. при 100°; найти ея длину при — 20°; коэф. лин. расш. = 0,000037. *От.* 461,68 дюйма.

828. Шаръ имѣетъ радіусъ 2 цент. при — 30°. Опредѣлить его поверхность и объемъ при 200°; коэф. лин. расш.= = 0,00002 *От.* 50,73 и 33,97.

829 Плотность ртути = 13,6 при 0°; найти ея плотность при 100°. *От* 13,36.

830. Полоса имѣетъ длину l; коэф. лин. расш. = κ. Какой длины l_1 должна быть другая полоса, которой коэф. лин. расш = κ_1, чтобы обѣ полосы, при нагрѣваніи на одно число градусовъ, расширились одинаково? *От.* $\frac{l\kappa}{\kappa_1}$.

831. Полоса въ 7 ф. длиною, которой коэф. лин. расш. = = $^1/_{327}$, расширяется на столько же, на сколько, при нагрѣваніи на то же число градусовъ, расширилась другая полоса, которой коэф. лин. расш. = $^1/_{351}$. Опредѣлить длину второй полосы *От.* 7,5 ф.

832. Желѣзный прутъ имѣетъ длину 100 дюйм. при 0°; найти его длину при 100°. Коэф. лин. расш. = 0,00001. *От.* 100,1 дюйм.

833. Найти при 140° объемъ и поверхность куба, котораго ребро при 0° = 1 децим. Коэф. лин. расш = 0,00002. *От.* 1,0084 и 6,0336.

834. Сколько граммовъ ртути помѣстится при 100° въ пустомъ шарѣ, радіусъ котораго при 0° = 1 цент ? Коэф. лин. расш. сосуда = $^1/_{2000}$ *От.* 64,36.

835. Полоса имѣетъ длину 3 ф. при 12°; найти ея длину при 40°. Коэф. лин. расш. = $^1/_{1300}$. *От.* 3,06.

836. Линейка имѣетъ длину 1 ф при 40°. Найти ея длину при 60° и 0°. Коэф. лин. расш. = 0,0002. *От.* 1,004 и 0,99206.

837. На сколько градусовъ нужно нагрѣть полосу, которая при — 20° имѣетъ длину 3678 милл., чтобъ она удлинилась на 7,356 милл.? Коэф. лин. расш. = 0,00002. *От.* 100°.

838. Масса мѣди имѣетъ при 100° объемъ 50 куб. цент.; коэф. лин. расш. = 0,0000173. Найти ея объемъ при 0°. *От.* 49,742 куб. цент.

839. Высота барометра при — 10° = 737 милл. Привести къ нулю. *От.* 738,3 милл.

840. Высота барометра при 15° = 763 милл. Привести къ нулю. *От.* 760,9 милл.

841. Полоса въ 5 мет. длины при нагрѣваніи на 1° расширяется на столько, на сколько расширилась полоса въ 3 мет., сдѣланная изъ вещества, котораго коэф. лин. расш. = $^1/_{754}$. Опредѣлить коэф. линей. расширенія первой полосы. *От.* $^1/_{1257}$.

842. Прутъ, котораго коэф. лин. расш. = $^1/_{754}$, имѣетъ 2 м. въ длину. Какова должна быть длина другаго прута, котораго коэф. лин. расш. = $^1/_{1150}$, чтобъ оба они, при нагрѣваніи на одно число градусовъ, расширялись одинаково? *От.* 3,05 мет.

843. Высота барометра = 760 мил. при 0°. До какой высоты поднялась бы ртуть, еслибъ температура была 25°? *От.* 763,4 милл.

844. Металлическая полоса, которой длина при 0° = 1,28 мет., была помѣщена въ печь и расширилась на 0,0115 мет.; коэф. лин. расш. ея = 0,000017. Опредѣлить температуру печи. *От.* 528°,5.

845. Платиновый шаръ, будучи свѣшенъ въ ртути при 0°, потерялъ 50 гр., а при 60° — 49,5415 гр. Опредѣлить коэфф. куб. расш. платины. Плот. ртути при 0° = 13,6; коэф. расш. ея = $^1/_{5550}$. *Рѣш.* Объемъ платиноваго шара при 0° = $v = \frac{50}{13,6}$ куб. цент., объемъ его при 60° = $v(1+60к)$; плот. ртути при 60° $= \frac{13,6}{1+\frac{60}{5550}} = \frac{13,6.185}{187}$; и такъ какъ потеря = 49,5415, то получимъ урав. $v(1+60к).\frac{13,6.185}{187} = 49,5415$, откуда $к = 0,000026$.

846. Металлическая полоса имѣетъ длину 3 мет. при температурѣ 12°. Найти ея длину при 8° и 40°. Коэф. лин. расш. = $^1/_{1300}$. *От.* 2,99 и 3,06

847. Въ стеклянномъ сосудѣ налито 120 гр. ртути; въ ртути плаваетъ кусокъ желѣза въ 100 гр.; общая температура 0°; сосудъ совершенно наполненъ ртутью. Сколько вытечетъ ртути, если нагрѣть сосудъ до 100°? Плотность желѣза при 0° = 7,78; плотность ртути при 0° = 13,59; коэффиціенты кубическаго расширенія: желѣза — $\frac{1}{28200}$; ртути — $\frac{1}{5550}$; стекла — $\frac{1}{38700}$. *Рѣш.* Объемъ желѣза при 100° = $=\frac{100}{7,78}\left(1+\frac{1}{282}\right)$ кб. цент; если вытекло x грам. ртути, то объемъ остающейся ртути при 100° $= \frac{120-x}{13,59}\left(1+\frac{1}{55,5}\right)$; объемъ сосуда при 100° $= \left(\frac{100}{7,78}+\frac{120}{13,59}\right)\left(1+\frac{1}{387}\right)$; такъ какъ объемъ нагрѣтаго желѣза + объемъ оставшейся ртути долженъ быть равенъ объему расширившагося сосуда, то получимъ уравненіе, откуда $x = 1,9$ гр.

848. Имѣемъ два ртутныхъ термометра A и B, сдѣланныхъ изъ одного стекла; шарикъ перваго термометра имѣетъ внутренній діаметръ D, а трубка его d; діаметры шарика и трубки втораго термометра D_1 и d_1. Найти отношеніе между длинами ихъ градусовъ. *От.* Вообразимъ третій термометръ, который

имѣлъ бы шарикъ такой величины, какъ во второмъ, а трубку такую, какъ первый; если назовемъ l, l_1, l_2 длины одного градуса въ этихъ термометрахъ, то будемъ имѣть: $\frac{l}{l_2}=\frac{D^3}{D_1^{\,3}}$; $\frac{l_2}{l_1}=\frac{d_1^{\,2}}{d^2}$, откуда $\frac{l}{l_1}=\frac{D^3 d_1^{\,2}}{D_1^{\,3} d^2}$.

849. Опредѣлить объемъ $2^1/_2$ пуд. ртути при 100°, полагая удѣльный вѣсъ ея при $0^\circ = 13,596$; коэф. расш. $=\frac{1}{5550}$. *От.* 187,2 кб. дюйм.

850. Металлическая полоса имѣетъ длину 2 мет. при 0°; найти ея длину при 30°; коэф. лин. расш. $=\frac{1}{1500}$. *От.* 2,04 мет.

851. Часы съ секунднымъ маятникомъ, котораго длина 994 миллим., помѣщены въ комнатѣ, имѣющей температуру 8°. На сколько измѣнится ходъ ихъ въ сутки, если ихъ помѣстить въ пространство, котораго темпер. 40°? Коэф. лин. расш. вещества маятника $= 0,0000187$. *Рѣш.* Вычисливъ длину маятника при 40°, найдемъ время одного качанія $= 1,000299$ секунды; поэтому часы отстанутъ въ сутки на 24″,8.

852. Зная объемъ v_0 газа при 0° и давленіи h, найти его объемъ v при t° и давленіи h_1. Коэф. расш. $= k$. *От.* $\frac{vh(1+kt)}{h_1}$.

Прим. По закону Гей-Люссака, всѣ газы расширяются одинаково; коэф. расш. $= 0,00367 = {}^1/_{273}$.

853. Зная объемъ v газа при t° и давленіи h, найти объемъ его v_1 при $t_1^{\,\circ}$ и давленіи h_1. *От.* $v_1=\frac{vh}{h_1}\left(\frac{1+kt_1}{1+kt}\right)$.

854. Зная плотность d газа при темпер. t и давленіи h, найти плотность его d_1 при темпер. t_1 и давленіи h_1. *От.* $d_1=\frac{dh_1(1+kt)}{h\,(1+kt_1)}$.

855. Зная вѣсъ p даннаго объема газа при t° и давленіи h, найти вѣсъ p_1 тогоже объема при давленіи h_1 и температурѣ t_1. *От.* $p_1=\frac{ph_1(1+kt)}{h(1+kt_1)}$.

856. Одинъ куб. метръ воздуха при 0° и нормальномъ давленіи (760 миллим.) вѣситъ 1,293 кгр.; найти, при температурѣ t и давленіи h, вѣсъ v куб. мет. газа, котораго плотность d. *От.* $p=1,293.\frac{h}{760}.\frac{1}{1+0,00367t}.\,vd$ кгр.

857. При какой температурѣ кубическій метръ воздуха, находящагося подъ давленіемъ h, вѣситъ 1 кгр.? *От.* $t=\frac{1,293\,h-760}{760.\,0,00367}$.

858. Подъ какимъ давленіемъ x должна находиться при t° угольная кислота, чтобы плотность ея при этой температурѣ равнялась плотности водорода при $t_1^{\,\circ}$ и давленіи h_1? Плотность угольной кислоты $= 1,529$; а водорода $= 0,0693$. *От.* $x=\frac{(1+kt)h_1\;0,0693}{(1+kt_1).\;1,529}$.

859. Десять лит. газа при 27° и давленіи 684 милл. вѣсятъ 16,15 гр. Найти плотность газа. *Рѣш.* Вычисливъ вѣсъ 10 лит. газа при 0° и нормальномъ давленіи и раздѣливъ на вѣсъ 10 лит. воздуха при тѣхъ же условіяхъ, найдемъ плотность газа $= 1,526$.

860. Сколько вѣсятъ 100 куб. мет. газа плотности 0,1 при 100° и давленіи 1 мет.? *От.* 12,446 кгр.

861. Сколько вѣситъ литръ воздуха при 15° и давленіи 770 милл.? *От.* 1,24 гр.

862. Масса газа занимаетъ объемъ 1 лит. при 10°. Найти ея объемъ при 11°, полагая давленіе постояннымъ. *От.* 1,00367 литръ.

863. При какой температурѣ литръ воздуха подъ давленіемъ 770 милл. вѣситъ граммъ? *От.* 84,°47.

864. Масса воздуха при 10° и давленіи 780 милл. занимаетъ объемъ 156 куб. цент. Найти ея объемъ при 35° и 750 милл. *От.* 176,6 куб. цент.

865. На сколько градусовъ нужно нагрѣть данный объемъ воздуха, чтобъ онъ увеличился вдвое? *От.* 272°, 85.

866. Масса водорода при 0° и нормальномъ давленіи имѣетъ объемъ 2972,3 лит. Найти вѣсъ тогоже объема при 15° и давленіи 770 милл.; плотность водорода = 0.0692. *От.* Опредѣливъ плотность водорода при 15° и давл. 770 милл., найдемъ вѣсъ даннаго объема = 267 гр.

867. Стеклянный шаръ наполненъ угольной кислотой при 0° и нормальномъ давленіи; емкость шара при этой температурѣ = = 5 литр. Сколько угольной кислоты выйдетъ изъ шара, если нагрѣть ее до 100°, и если давленіе будетъ 750 милл.? Коэф. кубич. расш. стекла = 0 0000276; плотность угольной кислоты = 1,529; а коэф. расш. ея = 0,00371. *Рѣш.* Объемъ шара при 100° = 5 (1 + 0,00276) литр.; объемъ угольной кислоты при 100° и давленіи 750 милл. = 5 (1 + 0,371) $^{760}/_{750}$ литр.; вычисливъ эти выраженія и вычтя первое изъ втораго, найдемъ объемъ вышедшаго газа = 1,9326 лит.; слѣд. вѣсъ его = $1,9326 . 1,293 . 1,529 . \frac{1}{1+0,371} . {}^{750}/_{760}$ = = 2,75. гр.

868. Тѣло въ воздухѣ при 0° и нормальномъ давленіи теряетъ 10 гр. своего вѣса. Сколько оно потеряетъ, если давленіе останется тоже, а темпер. воздуха будетъ 34°? *От.* Потеря пропорціональна плотности воздуха и = 8,89 гр.

869. Пузырь вмѣщаетъ 4 лит. воздуха при 30° и нормальномъ давленіи. Какой объемъ займетъ воздухъ, если опустить пузырь на глубину 100 мет. въ воду, которой температура 4°? *Рѣш.* Столбъ воды при 4° $= \frac{100}{10,33} = 9,68$ атмосферъ; воздухъ, занимавшій при 30° и давленіи атмосферы объемъ 4 лит., при 4° и давленіи 9,68 атмосферъ, займетъ объемъ 0,342 литра.

870. При какой температурѣ испаряется вода?

871. Можно ли видѣть водяные пары?

872. Какъ опредѣлить упругость пара въ пустотѣ?

873. Когда пространство называется насыщеннымъ парами?

874. Какое различіе между газомъ и паромъ?

875. Всѣ ли жидкости испаряются одинаково?

876. Какія причины ускоряютъ испареніе?

877. Если въ теплую комнату внести стаканъ съ холодной водой, то снаружи онъ покроется мелкими каплями воды. Объяснить это явленіе.

Прим. Слѣдующія задачи, относящіяся къ теоріи паровъ, рѣшаются на основаніи законовъ Маріотта, Гейлюссака и Дальтона; послѣдній законъ состоитъ въ томъ, что количество и упругость пара, насыщающаго данное пространство, при одинаковой температурѣ, одинаковы, будетъ ли это пространство пустое или наполненное какимъ нибудь газомъ. Если паръ не насыщаетъ пространства, то задачи рѣшаются по тѣмъ же формуламъ, какъ и подобныя задачи о газахъ. Когда дѣло идетъ о смѣси газа и пара и требуется опредѣлить измѣненія объема ея, зависящія отъ температуры и давленія, то вычисляютъ только объемъ газа, какъ будто бы онъ одинъ занималъ весь объемъ смѣси, при чемъ не должно забывать, что упругость или давленіе, подъ которымъ находится газъ, будетъ всегда равна разности между упругостью смѣси и упругостью пара. Если нужно опредѣлить вѣсъ такой смѣси, то вычисляютъ отдѣльно вѣсъ газа и пара, какъ будто бы каждый изъ нихъ занималъ весь объемъ смѣси, придавая тому и другому соотвѣтствующую упругость, которая, при одинаковой температурѣ, остается постоянною, если пространство насыщено; если же нѣтъ, то она измѣняется съ измѣненіемъ объема.

878. Зная объемъ v сухаго воздуха при темпер. t и давленіи h, найти, какой объемъ онъ займетъ, если его насытить парами при тойже темпер. и давленіи. *Рѣш.* Называя F упругость пара, насыщающаго пространство при данной температурѣ, упругость, которая извѣстна изъ таблицъ (см. въ Физикѣ Ленца главу о парахъ), найдемъ по закону Дальтона, что упругость воздуха въ смѣси = $h - F$, и по закону Маріотта имѣемъ $v_1 = \frac{v\,h}{h - F}$.

879. Зная объемъ v смѣси воздуха и водянаго пара при темп. t и давленіи h, найти объемъ v_1 тойже смѣси при темп. t_1 и давл. h_1, предполагая въ обоихъ случаяхъ, что воздухъ насыщенъ парами *Рѣш.* Найдемъ въ таблицѣ упругости F и F_1

пара, насыщающаго пространство при темп. t и t_1, и тогда задача можетъ быть выражена слѣд. образомъ: Зная объемъ v извѣстной массы сухаго воздуха при темп. t и давленіи $h - F$, найти объемъ v_1 тойже массы при темп. t_1 и давленіи $h_1 - F_1$; слѣд. (по зад. 853) $v_1 = \frac{v(h - F)(1 + kt_1)}{(h_1 - F_1)(1 + kt)}$, гдѣ k — коэф. расш. воздуха.

880. Найти вѣсъ литра воздуха, насыщеннаго водянымъ паромъ, при температурѣ t и давленіи h. *Рѣш.* Для этого должно вычислить отдѣльно вѣсъ литра воздуха и вѣсъ литра пара, какъ будто бы и то и другое вещество занимало весь объемъ смѣси; упр. пара $= F$, а упр. воздуха $h - F$. Вѣсъ литра сухаго воздуха при темп. t и давленіи $h - F$ будетъ $= 1{,}293 \left(\frac{h - F}{760}\right) \cdot \frac{1}{1 + kt}$ гр., гдѣ k — коэф. расш. воздуха. Вѣсъ литра пара при t^0 и давленіи F опредѣлимъ, умноживъ вѣсъ литра воздуха при этихъ условіяхъ на плотность пара d; поэтому искомый вѣсъ литра пара $= 1{,}293 \frac{F}{760} \cdot \frac{d}{1 + kt}$ гр. Наконецъ вѣсъ смѣси $= p = \frac{1{,}293}{760(1 + kt)} \left[h - F(1 - d)\right]$ гр. Такъ какъ $d = 0{,}622 = {}^5/_8$, то $p = \frac{1{,}293}{760(1 + kt)} \left(h - {}^3/_8 F\right)$ граммовъ.

881. Найти вѣсъ объема v куб. метр. воздуха, насыщеннаго водянымъ паромъ, при температурѣ t и давленіи h. *От.* $p = v. \frac{1{,}293}{760(1 + kt)} \left(h - {}^3/_8 F\right)$ кгр.

882. Опредѣлить объемъ воздуха, который при темпер. t и давленіи h, вѣситъ p кгр, полагая, что воздухъ насыщенъ водянымъ паромъ, котораго упругость $= F$. *От.* По формулѣ зад. 881 найдемъ $v = \frac{p(1 + kt)\,760}{1{,}293\,(h - {}^3/_8 F)}$ куб. мет., гдѣ k — коэф. расш. воздуха.

883. Опредѣлить влажность воздуха. *От. Влажностью воздуха называется отношеніе количества водяныхъ паровъ, содержащихся въ воздухѣ, къ тому количеству, которое содержалось бы въ немъ при той же температурѣ, еслибы онъ былъ насыщенъ парами.* Степень влажности воздуха не зависитъ отъ количества паровъ, дѣйствительно находящихся въ воздухѣ, а зависитъ отъ того, какъ далекъ воздухъ отъ состоянія насыщенія. При маломъ количествѣ паровъ воздухъ можетъ быть очень сыръ, если онъ холоденъ; и наоборотъ, если воздухъ тепелъ, то въ немъ можетъ быть много паровъ, а онъ достаточно сухъ; такъ, лѣтомъ воздухъ вообще содержитъ болѣе воды, нежели зимою, однако влажность его менѣе, потому что при значительной температурѣ пары дальше отъ точки насыщенія; нагрѣвая зимой комнату, мы уменьшаемъ влажность воздуха, не уменьшая количества содержащихся въ немъ паровъ, а отдаляя точку насыщенія. Такъ какъ пары, ненасыщающіе пространства, имѣютъ тѣ же свойства, какъ и газы, то есть подчиняются закону Маріотта; то при одинаковой температурѣ, вѣсъ пара, помѣщающагося въ опредѣленномъ объемѣ пространства ненасыщеннаго, пропорціоналенъ давленію, а слѣд. и упругости пара; поэтому вмѣсто отношенія количествъ пара можно взять отношеніе его упругостей, и слѣд. можно сказать, что *влажность есть отношеніе упругости паровъ, находящихся въ воздухѣ къ упругости паровъ, насыщающихъ пространство при той же температурѣ;* влажность выражается формулой $e = \frac{f}{F}$, гдѣ F всегда извѣстно изъ таблицы; напр. если $e = {}^3/_5$, то это значитъ, что въ воздухѣ содержится только ${}^3/_5$ того количества паровъ, которое при его температурѣ онъ могъ бы помѣстить. Часто влажность выражается въ процентахъ, т. е. $\frac{f}{F}$ помножается на 100; такъ ${}^3/_5 = 60\%$. Для опредѣленія влажности существуютъ три способа:

1) непосредственно опредѣляютъ вѣсъ пара, заключающагося въ данномъ объемѣ воздуха, заставляя воздухъ проходить по

трубкамъ, наполненнымъ веществами, поглощающими влагу (хлористый кальцій) и взвѣшивая трубки до и послѣ опыта.

2) опредѣляютъ прямо e помощью Соссюрова гигрометра.

3) опредѣляютъ f посредствомъ сгустительныхъ гигрометровъ (Даніэля и Реньо).

884. Найти вѣсъ объема v куб. мет. воздуха при температурѣ t, давленіи h и влажности e. *Рпш.* Данный объемъ есть смѣсь v куб. мет. сухаго воздуха при темпер. t и давленіи $h - f$ (гдѣ f — упругость пара, находящагося въ воздухѣ, которая, при данной влажности, опредѣлится изъ формулы $e = \frac{f}{F}$, такъ какъ F извѣстно изъ таблицы) и v куб. мет. пара, котораго темп. t, давленіе f и плотность $^5/_8$. Опредѣливъ вѣсъ того и другаго газа, найдемъ искомый вѣсъ сыраго воздуха $= \frac{1,293\, v\,(h - eF)}{(1 + kt)\, 760} + \frac{1,293\, v.\, ef.\, 5}{(1 + kt).760.8} = \frac{1,293 v(h - {}^3/_8 eF)}{(1 + kt)\, 760}$ кгр., гдѣ k — коэф. расш. воздуха. Еслибъ воздухъ былъ насыщенъ паромъ, то положивъ въ предъидущей формулѣ $e = 1$, получили бы выраженіе зад. 881-й.

885. Вычислить объемъ воздуха, котораго вѣсъ p кгр., темпер. t, влажность e, давленіе h. *От.* По формулѣ зад. 884 найдемъ $v = \frac{p(1 + kt)760}{1,293(h - {}^3/_8\, ef)}$ куб. метр.

886. Опредѣлить вѣсъ пара, помѣщающагося въ объемѣ v куб. метр. воздуха, зная, что упругость пара $= f$, а температура t. *От.* $\frac{v.1,293.\, f.0,622}{760\,(1 + kt)}$ кгр.

887. Вычислить вѣсъ 20 куб. мет. сыраго воздуха при 20°, давленіи 770 милл. и влажности 75%. Упругость пара, насыщающаго пространство при 20°, равна 17,39 милл., плотность пара = 0,622. *От.* 24,26 кгр.

888. Сколько водяныхъ паровъ помѣщается въ одномъ куб. метрѣ воздуха при темп. 20° и влажности 30%? Упругость пара, насыщающаго пространство при 20° = 17,39 милл. *От.* 5,143 гр.

889. Воздухъ въ комнатѣ имѣетъ температуру 15° *R*; термометръ внутри Даніэлева гигрометра показываетъ при появленіи росы 10°. Опредѣлить влажность воздуха въ комнатѣ. *Рпш.* Пріискавъ въ таблицѣ упругости паровъ, насыщающихъ пространство при 10° и 15°, умножимъ первую на 100 и произведеніе раздѣлимъ на вторую; найдемъ $67^1/_2$%.

890. Роса появилась на гигрометрѣ Реньо при 8° *R*; температура окружающаго воздуха = 14°. Опредѣлить влажность. *От.* 63%.

891. Сосудъ, котораго вмѣстимость 1 куб. метръ, содержитъ при 20° воздухъ, котораго влажность $^3/_4$. Сколько пара перейдетъ въ воду, если воздухъ охладить до нуля? Упругости паровъ, насыщающихъ пространство при 20° и 0° = 17,391 и 4,6 милл. *Рпш.* Искомый вѣсъ опредѣлится, если вычесть изъ вѣса пара, помѣщающагося въ данномъ пространствѣ при 20°, вѣсъ пара, могущаго насытить это пространство при 0°; сдѣлавъ вычисленіе, найдемъ искомый вѣсъ = 7,991 гр.

892. Термометръ, погруженный въ эѳиръ гигрометра, показываетъ, при появленіи росы, 8°; а наружный термометръ 15°. Найти влажность. *От.* 57,6%.

893. Опредѣлить вѣсъ пара, помѣщающагося въ пространствѣ, имѣющемъ форму прямоугольнаго параллелипипеда, котораго измѣренія a, b, c ф.; темп. = $t°$ *R*; упругость пара = h дюй., вѣсъ 1 куб. ф. воздуха при 0° и давленіи 30 дюй. = 0,09 ф.; плотность пара = $^5/_8$; коэф. расширенія воздуха = 0,0046. *От.* $\frac{0,09\, abch}{30\,(1 + 0,0046\, t)} \cdot {}^5/_8$.

894. Рѣшить зад. 893, полагая $a = 25$; $b = 20$; $c = 16$ ф.; $t = 14°$ *R*; $h = 0,4$ дюй. *От.* 5,637 фун.

895. Опредѣлить количество водяныхъ паровъ въ пространствѣ, имѣющемъ видъ шара рад. 1 децим.; темпер. 20°; упругость пара 20 мм. *От.* 0,08299 гр.

896. Опредѣлить давленіе пара при 120°*R* на поршень машины, котораго рад 8 дюй. Упр. пара = 138 дюй. *От.* 377,34 пуд.

897. Вычислить объемъ, занимаемый граммомъ водянаго пара въ состояніи насыщенія, при 100^0 и давленіи 760 мм. Плотность пара = 0,62. *Рѣш.* 1 гр $= \frac{1.293 . v . 0,62}{1+0,00367.100}$, откуда $v = 1,689$ литровъ = 1689 куб. цент. Но граммъ воды заключаетъ 1 кб. центим.; слѣд. вода, обратясь въ паръ, занимаетъ при 100^0 объемъ, почти въ 1700 разъ большій того, какой она имѣла при 4^0.

898. Нѣкоторый объемъ воздуха вѣситъ 5,2 гр. при 0^0 и давленіи 760 мм.; нагрѣваютъ его до 30^0 и насыщаютъ водяными парами подъ давленіемъ 770 мм. Упругость пара, насыщающаго пространство при $30^0 = 31,5$ мм. Вѣсъ литра сухаго воздуха при 0^0 и давленіи 760 милл. = 1,3 гр. Опредѣлить объемъ воздуха. *От.* 4,68 литра.

899. Въ пространствѣ, заключающемъ 3 литра воздуха, влажность котораго равна 75%, при 30^0 и давл. 760 мм., помѣщена концентрированная сѣрная кислота. На сколько увеличится вѣсъ ея? Упругость насыщающаго пара при $30^0 =$ = 31,5 мм. *От.* Прибавокъ вѣса = вѣсу пара, заключающагося въ данномъ пространствѣ, = 0,067 гр.

900. Найти вѣсъ 4 куб. мет. воздуха при 20^0 и давл. 770 мм.; влажность воздуха = $^3/_4$; упругость пара, насыщающаго пространство при $20^0 = 17,4$ милл. *От.* 4,852 кгр.

901. Смѣсь угольной кислоты и водянаго пара, вѣсомъ $5^1/_4$ гр., наполняетъ шаръ при темпер. 24^0 и давленіи 758 милл.; упругость пара = 22 милл. Опредѣлить вѣсъ сухой угольной кислоты, наполняющей тотъ же шаръ при тойже температурѣ и давленіи. Вѣсъ одного литра сухаго воздуха при нормальныхъ темпер. и давленіи = 1,29 гр.; плотность угольной кислоты = = 1,52; а водянаго пара 0,622. *Рѣш.* Назвавъ v объемъ шара, получимъ вѣсъ x сухой угольной кислоты, наполняющей шаръ при 24^0 и давленіи 758 милл., =

$= v . 1,29 . 1,52 . \frac{758}{760}\left(\frac{1}{1+0,00366 . 24}\right)$.... (1). Но угольная кислота занимаетъ объемъ v подъ давленіемъ 758—22= = 736 милл.; а паръ занимаетъ тотъ же объемъ подъ давленіемъ

22 м.; слѣд. $5,25 = v . 1,29 . 1,52 . \frac{736}{760}\left[\frac{1}{1+0,00366.24}\right] +$ $+ v . 1,29 . 0,622 . \frac{22}{760}\left(\frac{1}{1+0,00366.24}\right) =$ $= \frac{v . 1,29\,(1,52 . 736 + 22 . 0,622)}{760\,(1+0,00366 . 24)}$..... (2). Раздѣливъ урав. (1) на (2), найдемъ $x = \frac{5,25 . 1,52 . 758}{1,52 . 736 + 22 . 0,622} = 5,3$ гр.

902. Имѣемъ цилиндръ, снабженный поршнемъ; подъ поршень вводятъ 6 лит. азота, 10 лит. водорода и 4 лит. амміака подъ давленіемъ атмосферы; потомъ опускаютъ поршень до тѣхъ поръ, пока амміакъ начнетъ переходить въ жидкое состояніе; давленіе газовъ подъ поршнемъ въ этотъ моментъ $= 32^3/_4$ атмосферамъ. Опредѣлить, какую нужно употребить силу, чтобъ обратить амміакъ въ жидкость. *Рѣш.* При смѣшеніи газовъ (см. зад. 593) каждый газъ занимаетъ весь объемъ такъ, какъ бы не было другихъ газовъ; поэтому упругость, которую пріобрѣтутъ отъ сдавливанія водородъ и азотъ, не имѣетъ вліянія на обращеніе въ жидкость амміака. Газы занимали прежде объемъ $6 + 10 + 4 = 20$ лит. подъ давленіемъ атмосферы; теперешній объемъ ихъ $= y = \frac{20}{32,75}$ лит.; такой же объемъ будетъ занимать и амміакъ въ моментъ перехода его въ жидкость; итакъ амміакъ занималъ объемъ 4 лит. подъ давленіемъ 1 атмосферы; теперь занимаетъ объемъ $\frac{20}{32,75}$ лит. подъ давленіемъ x, откуда, по закону Маріотта, $x =$ $= \frac{4 . 32,75}{20} = 6^1/_2$ атмосферъ.

903. Что называется единицей теплоты? *От. Единицей теплоты или калоріей называется количество теплоты, нужное для того, чтобъ нагрѣть единицу вѣса перегнанной воды на 1^0 (обыкновенно 1 кгр. на 1^0 C или 1 ф. на 1^0 R).*

904. Что называется удѣльной теплотой тѣла? *От. Удѣльной теплотой тѣла называется число единицъ тепла,*

нужное для нагрѣванія единицы вѣса этого тѣла на 1^0 (*1 кгр. на* 1^0C *или 1 ф. на* 1^0R). Если напримѣръ удѣльная теплота тѣла = 3, то это значитъ, что для нагрѣванія 1 ф. этого тѣла нужно втрое больше тепла, чѣмъ для нагрѣванія 1 ф. воды на то же число градусовъ.

905. Сколько единицъ теплоты заключается въ 1 кгр. воды при $40^0, 30^0 \ldots . t^0$?

906. Сколько единицъ тепла заключается въ $3, 4 \ldots m$ ф. воды при 1^0?

907. Сколько единицъ тепла заключается въ 3 ф. воды при 4^0 и вообще въ m ф. воды при t^0? *От.* mt.

908. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ нагрѣть 15 ф. воды на 20^0?

909. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ повысить температуру 6 ф. воды съ 8^0 до 15^0?

910. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ повысить температуру m ф. воды съ t^0 до $t_1{}^0$?

911. Сколько ф. воды можно нагрѣть съ t^0 до $t_1{}^0$, издержавъ a единицъ тепла? *От.* $\frac{a}{t_1 - t}$ ф.

912. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ нагрѣть на 1^0 фунтъ тѣла, котораго удѣльная теплота = 2, $^1/_3$, c?

913. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ нагрѣть на 5^0 4 ф. тѣла, котораго уд. теп. = 3?

914. Сколько нужно единицъ теплоты для нагрѣванія на t^0 тѣла въ m фун., котораго удѣльная теплота c? *От.* mtc.

915. Сколько нужно единицъ тепла для того, чтобъ возвысить отъ t^0 до $t_1{}^0$ температуру m ф. тѣла, котораго удѣльная теплота = c?

916. Опредѣлить вѣсъ тѣла, котораго удѣл. теплота c, если для возвышенія его температуры отъ t^0 до $t_1{}^0$ издержано a единицъ теплоты. *От.* $\frac{a}{c(t_1 - t)}$ ф. или кгр.

917. Ртуть имѣла температуру 30^0; ее нагрѣли до 80^0 и употребили при этомъ 150 единицъ тепла. Сколько было ртути? Уд. теп. = $^1/_{30}$. *От.* 90 ф.

918. На сколько градусовъ можно нагрѣть m ф. тѣла, котораго удѣльная теплота = c, если истратить a единицъ теплоты? *От.* $\frac{a}{mc}$.

919. На сколько градусовъ можно нагрѣть 250 ф. желѣза, издержавъ 2845 единицъ теплоты? Уд. теп. желѣза = 0,1138. *От.* 100^0.

920. Сколько единицъ тепла содержится въ 5 ф. ртути при 15^0? Удѣльная теплота = 0,03. *От.* $2^1/_2$.

921. Тѣло въ m фун., котораго удѣльная теплота = c, охладилось съ t^0 до $t_1{}^0$. Какое количество тепла оно потеряло? *От.* $mc(t - t_1)$ единицъ.

922. Смѣшано m ф. воды при t^0; m_1 ф. при $t_1{}^0$; m_2 ф. при $t_2{}^0$. Опредѣлить температуру смѣси. *Рѣш.* Количество тепла до и послѣ смѣшенія должно быть одно и то же (не принимая въ расчетъ потерю тепла въ воздухъ и для нагрѣванія сосуда); слѣд. $x(m + m_1 + m_2) = mt + m_1 t_1 + m_2 t_2$, гдѣ x—искомая температура смѣси.

923. Смѣшано 5,3 ф. воды при 75^0; 6,8 ф. при 60^0; 1,3 ф. при 20^0. Найти температуру смѣси. *Отв.* $28^0,8$.

924. Сдѣлано смѣшеніе изъ $m, m_1, m_2 \ldots$ ф. различныхъ веществъ; удѣльная теплота ихъ $c, c_1, c_2 \ldots$; температуры $t, t_1, t_2 \ldots$ Опредѣлить температуру смѣси

$$От.\ x = \frac{mct + m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2 + \ldots}{mc + m_1 c_1 + m_2 c_2 + \ldots}$$

925. 5 ф. воды при 20^0 влиты въ 15 ф. ртути при 60^0. Найти общую ихъ температуру. *От.* $23^0,6$.

926. 10 ф. желѣза при 100^0 положены въ 8 ф. воды при 10^0. Найти общую температуру. Уд. теп. желѣза = 0,1138. *Отв.* $21^0,2$.

927. Смѣшаны 4, 5, 6 и 7 ф. воды при различныхъ температурахъ; 5 ф. до смѣшенія имѣли температуру 10-ю градусами выше, чѣмъ 4 ф.; 6 ф. 10-ю град. выше, чѣмъ 5 ф. и т. д. Температура смѣси = $27^0\,^3/_{11}$. Найти температуры до смѣшенія. *От.* Темп. 4-хъ ф. = 10^0.

928. Сколько нужно взять фун. воды при t^0 и t_1^0, чтобъ, смѣшавъ ихъ, получить a ф. при t_2^0? *От.* $a\frac{(t_2-t_1)}{t-t_1}$.

929. Сколько нужно взять фун. ртути при 15° и 10°, чтобъ, смѣшавъ ихъ, получить 10 ф. при 12°? *От.* 4 и 6.

930. Сколько нужно взять фун. алкоголя при 18° и 25°, чтобъ получить 20 ф. при 40°? или 20 ф. при 3°? *Отв.* Задачи невозможныя.

931. Опредѣлить удѣльную теплоту тѣла по способу смѣшенія.

Прим. Предполагается, что испытуемое тѣло нерастворимо въ водѣ.

Рѣш. Погружаютъ опредѣленное количество испытуемаго тѣла въ сосудъ съ тонкими стѣнками, въ который налита вода; вѣсъ и температура тѣла, сосуда и воды извѣстны. Тѣло охлаждается и передаетъ часть своей теплоты водѣ и сосуду; на основаніи правила, *что количество теплоты, потерянной тѣломъ, равно количеству теплоты, пріобрѣтенной водою и сосудомъ, можно опредѣлить уд. теп. тѣла.* Пусть будетъ: M — масса тѣла.

T — начальная температура его.

c — уд. теп. тѣла.

m — масса воды

t — темп. воды до начала опыта=темп. сосуда.

m_1 — масса сосуда.

c_1 — уд. теп. сосуда.

Θ — общая темп. по окончаніи опыта.

Уд. тепл воды = 1.

Такъ какъ тѣло имѣло сперва темп. T, а потомъ Θ, то оно потеряло $Mc(T-\Theta)$ калорій; сосудъ пріобрѣлъ $m_1c_1(\Theta-t)$, а вода $m(\Theta-t)$; слѣд. $Mc(T-\Theta)=m(\Theta-t)+m_1c_1(\Theta-t)$. Въ этомъ ур. 8 количествъ; поэтому, зная семь изъ нихъ, можно опредѣлить осьмое. Намъ нужно опредѣлить c. Если уд. теп. сосуда c_1 извѣстна, то $c=\frac{(\Theta-t)(m+m_1c_1)}{M(T-\Theta)}$; это выраженіе представляютъ иногда въ видѣ $\frac{(\Theta-t)(m+\mu)}{M(T-\Theta)}$, гдѣ $\mu=m_1c_1$ представляетъ вѣсъ воды, которая поглотила бы столько же теплоты, сколько ея поглощено сосудомъ; это называется *привести сосудъ къ водѣ*. Если же уд. теп. сосуда неизвѣстна, то ее должно опредѣлить, погружая въ сосудъ массу M того же вещества, изъ какого сдѣланъ сосудъ (напр. въ мѣдный сосудъ кусокъ мѣди и т. под.); тогда $c=c_1$ и въ ур. останется только одно неизвѣстное, и $c_1=\frac{m(\Theta-t)}{M(T-\Theta)-m_1(\Theta-t)}$. Вычисливъ c_1, должно уже опустить въ сосудъ испытуемое тѣло и опредѣлить c. Такъ какъ часть теплоты теряется въ воздухѣ, то чтобы избѣжать происходящей отъ этого ошибки, поступаютъ слѣд. образомъ: сначала дѣлаютъ опытъ съ тѣмъ веществомъ, уд. теп., котораго должно опредѣлить, съ цѣлью узнать только приблизительно число градусовъ, на которое должна возвыситься темп. воды и сосуда. Если это число будетъ напр. 10°, то охлаждаютъ воду и сосудъ на половину, т. е. на 5°, противъ температуры окружающаго воздуха; потомъ дѣлаютъ окончательный опытъ. Такъ какъ температура воды возвысится опять на 10°, то слѣд. сосудъ, котораго температура при началѣ опыта была на 5° ниже окружающей среды, теперь сдѣлается на столько же теплѣе, и такимъ образомъ потеря и пріобрѣтеніе теплоты отъ лучеиспусканія, во время опыта, взаимно уничтожаются.

932. Погружая p ф. тѣла при T^0 въ m ф. воды при t^0, находимъ, что температура воды возвысилась до t^0_1. Повторяя тотъ же опытъ съ m_1 ф спирта при t^0_2, видимъ, что температура его сдѣлалась t^0_3. Опредѣлить удѣльную теплоту спирта и погружаемаго тѣла. *Рѣш.* Означивъ x удѣльную теплоту тѣла, а y—удѣльную теплоту спирта, изъ ур. $p(T-t_1)x=m(t_1-t)$ и $p(T-t_3)x=m_1(t_3-t_2)y$ найдемъ $y=\frac{m(t_1-t)(T-t_3)}{m_1(t_3-t_2)(T-t_1)}$ и $x=\frac{m(t_1-t)}{p(T-t_1)}$.

933. 0,1 кгр. мѣди при 100° погружены въ 500 гр. воды

при 5°, 1 и повышаютъ ея температуру до 6°, 8; подобный опытъ съ 800 гр. терпентина при 6° даетъ температуру смѣси 8°, 5. Найти уд. теп. терпентина *От.* 0, 417.

934. Рѣшить зад. 932, принимая въ соображеніе вещество сосуда; масса сосуда$=m_2$, удѣл. теплота его$=c$. *От* $x = \frac{(t_1-t)(m+m_2c)}{p\ (T-t_1)}$; $y=\frac{(T-t_3)(t_1-t)(m+m_2c)-(T-t_1)(t_3-t_2)m_2c}{m_1\ (T-t_1)\ (t_3-t_2)}$.

935. Въ 24, 45 кгр. воды при 12°, 5 положено 6, 17 кгр. тѣла при 80°; температура смѣси = 14°, 17. Опредѣлить уд. теп. тѣла. *От.* 0, 13063.

936. Какое количество золота при 45° нужно положить въ 1,00058 кгр. воды при 12°, 3, чтобъ температура воды сдѣлалась 15°, 7? Уд. теп. золота = 0,0298. *От.* 3,896 кгр.

937. Сосудъ въ 350 гр. вѣсомъ содержитъ 32, 5 кгр. воды при 14°½; удѣльная теплота сосуда = 0,12; положивъ въ сосудъ кусокъ металла въ 8¼ кгр. при 60°½, замѣтили, что температура воды сдѣлалась = 15°,4. Опредѣлить уд. теп. металла. *От.* 0,0787.

938. 15 кгр. ртути при 65°, 2 смѣшаны съ 40, 1 кгр. воды при 3°, 4: вѣсъ сосуда = 758 гр.; уд. теп. сосуда=0,08; уд. теп. ртути = 0,03. Найти температуру смѣси. *От.* 4°,08.

939. Мѣдный сосудъ вѣсомъ 45 гр. заключаетъ 400 гр., воды при 10°; въ него погружаютъ кусокъ желѣза въ 100 гр.; общая температура послѣ погруженія = 12°; удѣл. теплота желѣза 0,1137; мѣди 0,094. Найти температуру желѣза. *От.* 83°, 1

940. Въ мѣдный сосудъ вѣсомъ 30 гр. налита вода при 20°; погрузивъ въ нее 40 гр. желѣза при 100°, нашли общую температуру 20°, 716. Уд. теп. желѣза 0,1137; а мѣди 0,0939. Опредѣлить количество воды въ сосудѣ. *От* 500 гр.

941. Въ 25,456 кгр. воды при 12°,5 погрузили 6,17 кгр. металла при 80°; температура сдѣлалась равна 14°,7. Найти удѣл. тепл. металла. *От.* 0,139.

942. Фунтъ воды при 0° влить въ фунтъ ртути при 100°; общая температура ихъ = 3°. Найти удѣл. тепл. ртути. *От.* 0,03.

943. Погрузивъ 150 гр. платины въ 470,4 гр. воды при 10°, замѣтили, что температура сдѣлалась 20°; погрузивъ потомъ 250 гр. платины при прежней температурѣ въ 388 гр. воды, нашли, что температура съ 10° повысилась до 30°. Опредѣлить удѣльную теплоту и температуру платины. *От.* 0,032 и 1000°.

944. Въ мѣдный сосудъ 100 гр. вѣсомъ, содержащій 500 гр. воды при 10°, погрузили 400 гр. мѣди; температура воды сдѣлалась 25°. Удѣл. теплота мѣди = 0,1. Найти температуру куска мѣди въ моментъ погруженія его въ сосудъ. *От.* 216°¼.

945. Въ сосудъ вѣсомъ 12 гр. налито 0,15 литра воды при 10°; погрузивъ въ воду кусокъ желѣза въ 20 гр. при 98°, нашли температуру воды 11°,29. Найти удѣл. тепл. желѣза. Уд. тепл. сосуда = 0,19768. *От.* 0,113.

946. Опустивъ въ 84 гр. воды при 12° кусокъ платины вѣсомъ 40 гр, замѣтили, что вода нагрѣлась на 10°. Уд. теп. платины = 0,03243. Найти температуру платины. *От.* 669°.

947. Два куска желѣза въ 231,5 гр. и 249,1 гр., нагрѣтые до темпер. x, были погружены первый въ 360 гр. воды при 10°, а второй въ 450 гр. воды при 12°; темпер. послѣ погруженія 17°,5 и 18°,4. Опредѣлить темпер. x и удѣльную теплоту желѣза. *От.* 120°,97 и 0,1127.

948. Сколько нужно взять кгр. воды при 11° и 91°, чтобъ составить 250 кгр. при 31°? *От.* 187,2 и 62,5.

949. Опредѣлить скрытую теплоту при переходѣ тѣла изъ твердаго состоянія въ жидкое.

Прим. Скрытою теплотой называется количество единицъ теплоты, поглощаемое единицей вѣса тѣла при переходѣ изъ твердаго состоянія въ жидкое или изъ жидкаго въ газообразное. Опытъ показалъ, что 1 ф. льда, переходя въ воду, поглощаетъ 63; а 1 кгр. льда 79 единицъ теплоты; то есть, чтобъ обратить въ воду 1 ф. или 1 кгр. льда, должно издержать такое количество теплоты, которое могло бы 1 ф. воды нагрѣть на 63°*R* или 1 кгр. воды на 79°*C*.

Рѣш. Пусть будетъ: M — вѣсъ расплавленнаго тѣла
T — температура его
c — уд. теп. его
m — вѣсъ воды
t — температура воды
x — скрытая тепл. плавленія тѣла
θ — общая температура воды и тѣла по окончаніи опыта.

Вода нагрѣлась на $\theta - t^0$, слѣд. пріобрѣла $m(\theta - t)$ калорій; а тѣло потеряло $Mc(T-\theta)$ единицъ свободной и Mx единицъ скрытой теплоты; слѣд.

$$Mc(T-\theta) + Mx = m(\theta - t),$$

$$\text{откуда } x = \frac{m(\theta - t) - Mc(T-\theta)}{M}.$$

950. Опредѣлить скрытую теплоту льда.

Рѣш. Пусть будетъ: M — вѣсъ льда при 0^0
m — вѣсъ воды при t^0 (въ количествѣ, достаточномъ для того, чтобы весь ледъ растаялъ)
x — скрытая теплота льда
θ — температура воды послѣ растаянія льда. Имѣемъ уравненіе

$$m(t-\theta) = Mx + M\theta,$$

$$\text{откуда } x = \frac{m(t-\theta) - M\theta}{M}.$$

951. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ обратить въ воду 5 ф., 8 ф., 10 кгр., 58 кгр., вообще m ф. или кгр. льда при 0^0?

952. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ обратить въ воду m ф. или кгр. льда при—t^0? Удѣл. тепл. льда = 0,92.

953. Объяснить, почему температура таянія льда постоянна?

954. Если 1 ф. воды при 0^0 смѣшать съ 1 ф. воды при 63^0, то смѣсь будетъ имѣть $31^0{}^1/_2$; если же одинъ ф. льда при 0^0 смѣшать съ 1 ф. воды при 63^0, то получимъ 2 ф. воды при 0^0. Объяснить это явленіе.

955. Доказать на опытѣ, что при замерзаніи воды отдѣляется теплота.

956. Если къ тающему снѣгу прилить нѣсколько сѣрной кислоты или виннаго спирта, то температура снѣга понизится. Объяснить это.

957. Сколько нужно отнять единицъ теплоты отъ 1 кгр. воды при 0^0, чтобъ образовать 1 кгр. льда при 0^0?

958. Сколько нужно отнять единицъ тепла отъ m кгр. воды при t^0, чтобъ обратить ее въ ледъ при 0^0?

959. Сколько нужно отнять единицъ теплоты отъ m кгр воды при t^0, чтобъ получить m кгр. льда при—$t_1{}^0$?

960. Сколько нужно единицъ тепла, чтобъ обратить въ воду при 0^0 15 кгр. льда при—20^0?

961. Сколько нужно единицъ тепла для расплавленія m кгр. тѣла, котораго температура t, удѣльная теплота c, скрытая теплота c_1, температура плавленія t_1? *От.* $m[c(t_1 - t) + c_1]$.

962. Сколько нужно единицъ теплоты, чтобъ обратить m кгр. льда при—t^0 въ воду, которой температура была бы $t_1{}^0$? Удѣльная теплота льда = 0,92. *От.* $m(0,92t + 79 + t_1)$.

963. Сколько килогр. льда при 0^0 нужно положить въ m кгр. воды при t^0, чтобъ общая температура послѣ растаянія льда была $t_1{}^0$? *Рѣш.* Замѣтивъ, что количество теплоты, потерянное m кгр. воды при охлажденіи отъ t до $t_1{}^0$, употреблено на то, чтобъ расплавить x кгр. льда и нагрѣть x кгр. образовавшейся воды на $t_1{}^0$, получимъ урав. $m(t-t_1) = 79x + t_1 x$. откуда опредѣлится x.

964. Рѣшить зад. 963, полагая $m = 30$; $t = 41^0$; $t_1 = 1^0$. *От.* 15 кгр.

965 Въ m кгр. воды при t^0 брошенъ кусокъ льда при 0^0. Сколько льда растаетъ? *От.* $\frac{mt}{79}$ кгр.

966. Сколько нужно килогр. воды при t^0, чтобъ растопить a кгр. льда при 0^0 и получить общую температуру 0^0? *От.* $\frac{79a}{t}$.

967. Сколько нужно воды при t^0, чтобъ растопить a кгр. льда при 0° и получить общую температуру $t_1{}^0$? *От.* $\frac{a(79+t_1)}{t-t_1}$ кгр.

968. Въ 395 кгр. воды при 10° брошенъ кусокъ льда при 0°. Сколько льда растаетъ? *От.* 50 кгр.

969. Сколько нужно воды при t^0, чтобъ растопить a кгр. льда при $-t_1{}^0$ и получить общую температуру T^0? Удѣл. тепл. льда = 0,92. *Рѣш.* Изъ урав $x(t-T)=(0{,}92t_1+79+T)a$ опредѣлимъ x.

970. Смѣшано m кгр. воды при t^0 и m_1 кгр. льда при 0°; найти температуру по растаяніи льда. *От.* $\frac{mt-79m_1}{m+m_1}$.

971. Рѣшить зад. 970, полагая $m=10$; $t=50^0$; $m_1=5^0$. *От.* 7°.

972. Въ сосудѣ, котораго вѣсъ m кгр., а удѣльная теплота c, налито n кгр. воды при t^0; въ эту воду положено p кгр. льда при 0°. Опредѣлить температуру послѣ растаянія льда. *Рѣш.* Изъ урав $mct+nt=79p+px+mcx+nx$ опредѣлится x.

973. Рѣшить зад. 972, полагая температуру льда $=-t_1{}^0$. Удѣл. тепл. льда=0,92. *От.* $x=\frac{t(mc+n)-p(0{,}92t_1+79)}{p+n+mc}$.

974. Сколько нужно положить льда при 0° въ 20 литр. воды при 30°, чтобъ понизить ея температуру до 10°? *От.* 4,5 кгр.

975. Какое количество воды при 45° должно смѣшать съ 11 кгр. льда при 0°, чтобъ получить общую температуру 10°? *От.* 30,333 кгр.

976. Сколько нужно прибавить льда при 0° къ 300 литр. воды при 50°, чтобъ получить общую температуру 32°? *От.* 48,6 кгр.

977. 11,1 кгр. льда при 0° смѣшано съ 200 кгр. воды при 16°. Опредѣлить температуру смѣси. *От.* 11°.

978. 1,607 кгр. льда при 0° смѣшано съ 9 литрами воды; общая температура 5°. Опредѣлить первоначальную температуру воды. *От.* Почти 20°

979. Сколько нужно льда при 0°, чтобъ понизить температуру 225 кгр. воды съ 38° до 12°. *От.* 64,286 кгр.

980. 54 кгр. воды при 45° смѣшаны съ 16 кгр. льда при 0°. Найти температуру послѣ растаянія льда. *От.* 16°65.

981. Въ 40 литр. воды при 80° погружаютъ ледяной шаръ радіуса 1 децим. Опредѣлить температуру послѣ растаянія льда. Плотность льда = 0,9. *Рѣш.* Вычисливъ вѣсъ шара = $\frac{4}{3}\pi r^3$ 0,9 кгр., найдемъ по фор. зад. 970 искомую температуру = = 66°,3.

982. Два кгр. мѣди при 60° растопили въ калориметрѣ 140 гр. льда. Найти удѣльную теплоту мѣди. *От.* Изъ урав. 120 $x=79$ 0,14 найдемъ $x=0{,}092$.

983. Кусокъ металла въ 200 гр. вѣсомъ растопилъ въ калориметрѣ 0,1 кгр. льда; удѣльная теплота металла = 0,1. Найти первоначальную температуру его. *От.* 395°.

984. Сколько растаетъ льда въ калориметрѣ отъ 237 гр. металла, котораго температура 100°, а удѣл. тепл. 0,1? *От.* 30 гр.

985. 17,5 ф. льда при 0° смѣшаны съ 75 ф. воды при 47°*R*. Найти температуру смѣси. Скрытая теплота льда = 63. *От.* 26°,2.

986. Сколько нужно воды при 45°, чтобъ, смѣшавши ее съ 27 ф. льда при 0°, получить температуру смѣси 12°*R*? *От.* 61,36 ф.

987. Металлическій сосудъ, котораго вѣсъ 5,425 кгр., а удѣльная теплота $\frac{1}{12}$, содержитъ 25,175 кгр. воды при 35°$\frac{1}{4}$. Сколько нужно положить въ него льду при 0°, чтобы общая температура сдѣлалась 12°,4? *От.* 6,4 кгр.

988 Сколько нужно льда при 0°, чтобъ понизить отъ 32° до 16°$\frac{1}{2}$ температуру 300 кгр. воды, заключенной въ сосудѣ, котораго вѣсъ 25 кгр., а удѣльная теплота 0,096? *От.* 49 кгр.

989. Земля при 0° покрыта слоемъ снѣга въ 20 миллим. толщины; какой толщины долженъ быть слой дождя при $12^{0}\,^1/_2$, чтобъ растопить весь этотъ снѣгъ? Плотность снѣга относительно дождевой воды = 0,78. *Рѣш.* Еслибъ плотность снѣга равнялась плотности дождя, то, для того, чтобъ растопить слой снѣга въ 1 миллим. толщины, нужно было бы употребить слой дождя въ 79 милл. толщины при 1° или въ $^{79}/_{12\cdot5}$ миллим. при 12°5; чтобъ растопить слой снѣга въ 20 милл., слой дождя долженъ имѣть $\frac{79.20}{12,5}$ милл. толщины; но какъ плотность снѣга = 0.78 плотности дождевой воды, то искомый слой = $= \frac{79.20\ 0,78}{12,5} = 98,6$ миллим.

990. Всегда ли вода кипитъ при 80°*R* или 100°*C*? Какимъ образомъ можно привести въ кипѣніе воду и при меньшей температурѣ?

991. Что называется *скрытой теплотой пара*? *От.* Количество единицъ теплоты, нужное для того, чтобъ 1 кгр. или 1 ф. жидкости обратить въ паръ. Опытъ показалъ, что 1 кгр. водянаго пара при 100°*C* содержитъ 540; а 1 ф. пара при 80°*R* 430 единицъ скрытой теплоты.

992. Въ 66,5 ф. воды при 0° сгущаютъ $3^1/_2$ ф. пара при 80°*R* и находятъ общую температуру = $25^{0}\,^1/_3$. Опредѣлить скрытую температуру пара. *От.* 430.

993. Если смочить руку одеколономъ или эѳиромъ, то рука охладится. Объяснить это.

994. Если налить нѣсколько капель воды на металлическую пластинку, раскаленную до красна, то вода не испарится, а обратится въ шарики. Объяснить это явленіе.

995. Расплавленная мѣдь имѣетъ такую высокую температуру, что кусокъ дерева, брошенный въ нее, тотчасъ загорается; между тѣмъ въ эту же мѣдь можно безъ вреда опустить руку. Объяснить это.

996. Если смочить руку сѣрнымъ эѳиромъ, то ее можно безопасно опустить въ кипящую воду. Объяснить это.

997 Какимъ образомъ можно заморозить воду подъ колоколомъ воздушнаго насоса?

998. Какимъ образомъ можно заморозить ртуть въ раскаленномъ до бѣла платиновомъ тиглѣ?

999. Сколько нужно кгр. водянаго пара при 100°, чтобъ нагрѣть m кгр. воды съ t до t^0_1? *Рѣш.* x кгр. пара, превратившись въ воду, отдѣлятъ $540\,x$ единицъ теплоты и образуютъ x кгр. воды, которая, охладившись на $100-t_1{}^0$, отдѣлитъ $x\,(100-t_1)$ единицъ; съ другой стороны m кгр. воды поглотятъ $m\,(t_1-t)$; слѣд. $540\,x + x\,(100-t_1) = (t_1-t)$, откуда опредѣлится x

1000. Рѣшить задачу 999 относительно пара при T^0. *Рѣш.* Изъ урав. $m\,(t_1-t) = x\,(540+T-t_1)$ найдемъ x.

1001. Сколько нужно воды при t^0, чтобъ обратить въ воду при t^0_1 вѣсъ p кгр. пара при 100°? *От.* $p\,\frac{(640-t_1)}{t_1-t}$ кгр.

1002. Сколько нужно пара при 100°, чтобъ повысить температуру 40 литр. воды отъ 0° до 95°? *От.* 6,97 кгр.

1003. Сколько нужно воды при 10°, чтобъ обратить 20 кгр. пара при 100° въ воду, имѣющую температуру 50°? *От.* 295 кгр.

1004. Сколько нужно пара при 100°, чтобъ нагрѣть 208 литр. воды съ 14° до 32°? *От.* 6,16 кгр.

1005. Сколько нужно пара, чтобъ нагрѣть 100 кгр. воды съ 0° до 100°? *От* 18,519 кгр.

1006. Ледъ при 0° смѣшанъ съ 10 кгр. пара при 100°. Сколько растаетъ льда? *Рѣш.* Изъ урав. $79\,x = 6400$ найдемъ $x = 81,013$ кгр.

1007. Сколько нужно ввести пара при 100° въ 2000 кгр. воды при 3°, чтобъ температура смѣси была 30°? *От.* 88,525 кгр.

1008. Сколько нужно кгр. льда при 0°, чтобъ сгустить p кгр. пара при 100° и получить общую температуру 0°? *От.* $\frac{640\ p}{79}$.

1009. Сколько нужно кгр. льда при $-t^0$, чтобъ обратить въ воду, имѣющую температуру t_1^0, p кгр. пара при T^0? Удѣл. тепл. льда $=0,92$. *От.* $\frac{p\,(540+T-t_1)}{0,92\ t+t_1}$.

1010. Сколько нужно пара при 100°, чтобъ нагрѣть 246 кгр. воды съ 13° до 28°? *От* 6,03 кгр.

1011. Въ сосудъ, котораго вѣсъ m кгр., а удѣльная теплота c, налито n кгр. воды при t^0; въ эту воду впускаютъ p кгр. пара при T^0. Определить температуру смѣси. *Рѣш.* Изъ урав. $p\,(540+T-x)=(x-t)\,(n+mc)$ найдемъ x.

1012. Сто гр. пара при 100° превращаются въ воду, входя въ 2 кгр. воды при 10°. Найти температуру смѣси. *От.* 40°.

1013. Сколько нужно фунтовъ пара при 80° *R*, чтобъ нагрѣть 43 ф. воды съ 40° до 61°, 86 *R*? *От.* 2.

1014. Мѣдный сосудъ вѣсомъ 122 кгр. содержитъ 2500 кгр. воды при 16°; въ эту воду впускаютъ 34,36 кгр пара при 140°. Определить температуру смѣси. Удѣльная теплота мѣди $=0,0939$. *От* 24°,96.

1015. Въ сосудѣ, котораго вѣсъ 426 гр. и удѣльная теплота 0,1, помѣщается вода при 8°,5. Введя въ нее 5,37 кгр. пара при 100°, получили общую температуру 30°,4. Определить количество воды. *От.* 149,5 кгр.

1016. Въ сосудѣ, котораго вѣсъ 1,584 кгр, а удѣльная теплота $^1/_{10}$, помѣщается 30 кгр. воды при 12°,52. Сколько нужно ввести въ нее пара при 100°, чтобъ температура смѣси была 48°,68? *От.* 1,9 кгр.

1017. Кусокъ льда въ m кгр. при 0° положенъ въ n кгр. воды при 0°. Сколько нужно пара при 100°, чтобъ весь ледъ растаялъ, и общая температура была t^0? *От.* $x\,(640-t)=$ $=79\,m+mt+nt$.

1018. Въ 2 кгр. воды при 0° положенъ 1 кгр. льда при 0°. Сколько нужно пара при 100°, чтобъ весь ледъ растаялъ и общая температура была 30°? *От.* 0,277 кгр.

IX.

Магнетизмъ и Электричество.

1019. Почему искусственные магниты удобнѣе естественныхъ?

1020. Какъ узнать полюсы магнита?

1021. Если кусокъ желѣза притянутъ однимъ изъ полюсовъ магнита, то, поднеся къ нему противоположный полюсъ другаго равносильнаго магнита, замѣчаемъ, что желѣзо отпадаетъ. Объяснить это явленiе.

1022. Какое различiе въ дѣйствiи магнита на желѣзо и сталь?

1023. Что будетъ, если магнитъ разрѣзать пополамъ?

1024. Какое положенiе принимаетъ магнитная стрѣлка, повѣшенная такъ, что она можетъ имѣть всякое направленiе въ пространствѣ?

1025. Какое направленiе принимаетъ магнитная стрѣлка, подпертая на вертикальной оси въ центрѣ тяжести?

1026. Что называется *магнитнымъ меридiаномъ?*

1027. Что называется *склоненiемъ* и *наклоненiемъ* магнитной стрѣлки?

1028. Что называется *магнитными полюсами* и *магнитнымъ экваторомъ* земли?

1029. Что называется *изогоническими, изоклиническими, изодинамическими линiями?*

1030. Какимъ образомъ узнать, есть ли въ тѣлѣ электричество, и если есть, то какое?

1031. Объяснить дѣйствіе электроскопа при непосредственномъ прикосновеніи и черезъ вліяніе. Какъ въ томъ и другомъ случаѣ узнать родъ испытуемаго электричества?

1032. Объяснить, почему наэлектризованное тѣло притягиваетъ къ себѣ легкія тѣла.

1033. Почему электрическая машина въ сырую погоду дѣйствуетъ хуже, чѣмъ въ сухую?

1034. Почему электрофоръ долго сохраняетъ электричество?

1035. Доказать опытомъ и теоретически, что электричество располагается на поверхности тѣлъ?

1036. Какъ зарядить Лейденскую банку?

1037. Какимъ образомъ зарядить Лейденскую банку такъ, чтобы внутренняя обкладка ея содержала связанное отрицательное электричество?

1038. Какъ разрядить Лейденскую банку вдругъ и постепенно?

1039. Что произойдетъ, если на кондукторѣ электрической машины поставить металлическое остріе и вертѣть колесо машины?

1040. Можно ли зарядить электрическую машину, если вблизи ея кондуктора поставить металлическое остріе, соединенное съ землею?

1041. Отчего происходитъ громъ? Объяснить происхожденіе раскатовъ грома.

1042. Что называется *возвратнымъ ударомъ* молніи?

1043. Почему дождь усиливается послѣ удара молніи?

1044. Въ какихъ случаяхъ слѣдуетъ употреблять электроскопъ съ конденсаторомъ?

1045. Въ чемъ состоитъ удобство Боненбергерова электроскопа?

1046. Почему цинкъ гальваническаго элемента долженъ быть амальгамированъ?

1047. Почему гальваническія баттареи съ двумя жидкостями дѣйствуетъ постояннѣе?

1048. Какое неудобство представляетъ употребленіе азотной кислоты въ элементахъ Грове и Бунзена. Чѣмъ замѣнить ее?

1049. Принимая за единицу сопротивленіе, представляемое гальваническому току цилиндрической мѣдной проволокой, которой длина 1 метръ, а діаметръ 1 миллиметръ, опредѣлить сопротивленіе желѣзнаго цилиндра въ a метр. длины и b миллим. въ діаметрѣ; сопротивленіе желѣза = 6, 4. *От.* $6,4\frac{a}{b^2}$.

1050. Діаметръ мѣдной проволоки = d миллим.; длина ея = = l метр. Какой діаметръ должна имѣть такой же длины серебряная проволока, чтобъ ея сопротивленіе равнялось сопротивленію данной мѣдной проволоки? Сопротивленіе серебра = $^3/_4$ *От.* $\frac{d}{2}\sqrt{3}$.

1051. Полагая возбудительную силу элемента = 1, сопротивленіе его = 15, сопротивленіе проводника = $7^1/_2$, найти, при какомъ соединеніи 8 элементовъ сила тока будетъ наибольшая. *От.* При соединеніи данныхъ элементовъ въ баттарею изъ двухъ четверныхъ сложныхъ паръ.

1052. Какъ нужно соединять элементы гальванической баттареи для дѣйствія на дурные и хорошіе проводники?

1053. Въ чемъ состоитъ правило Ампера относительно дѣйствія тока на магнитную стрѣлку?

1054. Токъ идетъ надъ стрѣлкой склоненія отъ N къ S; куда отклонится N конецъ стрѣлки?

1055. Токъ идетъ подъ стрѣлкой склоненія отъ S къ N, куда отклонится N полюсъ стрѣлки?

1056. Токъ идетъ сверху внизъ перпендикулярно къ стрѣлкѣ склоненія и ближе къ S концу ея; куда отклонится N ея полюсъ?

1057. Токъ идетъ снизу вверхъ перпендикулярно къ стрѣлкѣ склоненія и ближе къ *N* концу ея; куда отклонится этотъ конецъ?

1058. Показать, на основаніи правила Ампера, что въ мультипликаторѣ Швейгера токъ, проходя по всѣмъ оборотамъ проволоки, отклоняетъ стрѣлку въ одну сторону.

1059. Почему въ мультипликаторѣ Нобили верхняя магнитная стрѣлка находится надъ оборотами проволоки, а нижняя внутри ихъ?

1060. Показать сходство соленоида съ магнитомъ. Въ чемъ состоитъ Амперова теорія магнетизма?

1061. Объяснить, почему, для дѣйствія электромагнитнаго телеграфа между двумя мѣстностями, достаточно только одной проволоки.

1062. Тяжелый дискъ изъ красной мѣди (опытъ Фуко), помѣщенный между полюсомъ сильнаго электромагнита, приводится помощію рукоятки, соединенной съ системой зубчатыхъ колесъ, въ быстрое вращательное движеніе (около 200 оборотовъ въ секунду) вокругъ оси, параллельной прямой, соединяющей полюсы электромагнита, и, пока чрезъ электромагнитъ не пропущенъ токъ, дискъ движется, вслѣдствіе пріобрѣтенной скорости даже и тогда, когда перестаютъ вращать рукоятку. Но какъ только электромагнитъ сдѣлается магнитомъ, дискъ мгновенно останавливается; если же, не смотря на значительное сопротивленіе, продолжать вращать рукоятку, то дискъ нагрѣвается (въ опытѣ Фуко съ 10° до 61° въ теченіе трехъ минутъ). Объяснить эти явленія.

1063. На оси центробѣжной машины укрѣпленъ мѣдный кругъ, закрытый стекломъ; надъ стекломъ повѣшена на некрученой шелковинкѣ магнитная стрѣлка (опытъ Араго); при быстромъ вращеніи круга стрѣлка также приходитъ въ движеніе и слѣдуетъ за кругомъ; если вмѣсто мѣднаго круга взять стеклянный или деревянный, то стрѣлка остается неподвижною; если въ мѣдномъ кругѣ сдѣлать разрѣзы по направленію его радіусовъ, то стрѣлка также не будетъ двигаться; но она опять придетъ въ движеніе, если эти разрѣзы запаять какимъ нибудь металломъ. Объяснить эти явленія.

1064. Какія тѣла называются *парамагнитными* и какія *діамагнитными?*

1065. Мѣдный кубъ, повѣшенный на закрученной нити между полюсами сильнаго электромагнита, приводится въ слѣдствіе раскручиванія нити въ быстрое вращательное движеніе. Какъ только черезъ электромагнитъ пропущенъ токъ, кубъ останавливается. Объяснить это явленіе.

1066. Полагая возбудительную силу элемента = 1, сопротивленіе это = 30, сопротивленіе проводника = 50, опредѣлить, при какомъ соединеніи 12 элементовъ сила тока будетъ наибольшая. *От.* При соединеніи въ четыре тройныя пары.

КОНЕЦЪ.

ОПЕЧАТКИ.

Стр.	Зад.	Напечатано:	Должно читать:
14	105	$p = 44,5$	$p = 44,3$
18	146	3,5 кгр.	2,5 кгр.
40	342	протяженія	притяженія
41	348	панетѣ	планетѣ
45	378	$6\pi^2 r$	$6\pi r^2$
48	415	Циллиндрическій	Цилиндрическій
49	417	явлеяіе	явленіе
50	439	плотность p_1	плотность d_1
51	446	эиѳра	эѳира
68	581	$= 9$	$h = 9.$
70	589	$h - 29.5$	$h - 29,5$
73	607	$3^1/_8$	$3^1/_2$
96	769	луну	лупу
102	807	l^0	l_0
114	885	f	F

Ленца Академика, Руководство къ физикѣ, составленное по порученію Министерства народнаго просвѣщенія для Гимназій, въ 2 ч. Изд. 7-е. М. 1865 г., цѣна въ корешкѣ 82 к.

Ариѳметика по способу Нѣмецкаго педагога Груббе, Методическое руководство для родителей и элементарныхъ учителей составилъ І. Пуальсонъ. Изд. 5-е. СПБ. 1866 г. ц. 60 к.

Ундина, Разсказъ Де-ла-мотъ-фуке, изданный для Русскихъ Гимназій съ присоединеніемъ введенія, объяснительныхъ примѣчаній и словаря О. Шталемъ, учителемъ 1-й Моск. Гимназіи. Изд. 2-е. М. 1866 г. ц. 60 к.

Зонтагъ, урожд. Юшковой, Священная Исторія Ветхаго и Новаго Завѣта, 2 тома. Изд. 8-е. Москва. 1864 г. ц. 2 р.

Кистера, Другъ Дѣтей, первое изученіе Нѣмецкаго языка съ обзоромъ Нѣмецкой Грамматики. Изд. 6-е. М. 1865 г. ц. 50 к.

Кейзера, Учителя въ 4-й Моск. Гимназіи, Краткая Нѣмецкая Грамматика, часть 1-я этимологія. Изд. 5-е. М. 1866 г. ц 25 к.

Кейзера, Учителя въ 4-й Моск. Гимназіи, Сборникъ статей для перевода съ Русскаго языка на Нѣмецкій. Изд. 4-е, дополненное. Москва. 1866 г. ц. 80 к.

Ренигартена, Руководство къ постепенному практическому изученію Нѣмецкаго языка. Изд. 9-е. Москва. 1860 года. ц. 60 к.

Геринга, Хрестоматія Нѣмецкая, или собраніе статей изъ прозаиковъ и поэтовъ для перевода съ Нѣмецкаго языка на Русскій. Изд. 3-е. М. 1857 г. ц. 1 р. 20 к.

Стурцеля, Наставника при 1-мъ московскомъ Кадетскомъ корпусѣ, Нѣмецкая Хрестоматія, ч. 1-я. М. 1865 года; цѣна 50 к.

Шамина, Д. учителя чистописанія, уроки чистописанія на Русскомъ, Французскомъ и Нѣмецкомъ языкахъ, на 15 листахъ. М. 1863 г. ц. 60 к.

Шамина, Д., учителя чистописанія, Русскія Прописи для воскресныхъ школъ, на 15 листахъ, отпечатанныя на слоновой бумагѣ. М. 1865 г. ц. 15 к.

Д. Шамина, Русскія прописи по Американской Методѣ для уѣздныхъ и начальныхъ училищъ, писанныя учителемъ чистописанія Московскаго Почтоваго, Усачевско-Чернявскаго и Серпуховскаго начальныхъ училищъ, Д. Шаминымъ на толстой слоновой бумагѣ. М. 1865 г. ц. 25 к.

Богданова, Самоучитель Русской Калиграфіи. Изд. 3-е. М. 1864 г. ц. 75 к.

Шамина, Д. учителя чистописанія. Французскія Прописи. М. 1863 г. ц. 25 к.

Генрихса, Новыя Нѣмецкія Прописи, на 11 листахъ, цѣна 50 к.

Азбука Французская, приспособленная къ дѣтскимъ понятіямъ, содержащая въ себѣ легчайшій способъ правильно и въ короткое время научиться читать по французски, съ прибавленіемъ разговоровъ, басенъ и примѣровъ для перевода съ Французскаго языка на Русскій. Изд. 3-е. М. 1865 г. ц. 30 к.

Руководство къ Частной Патологической Анатоміи Карла Рокитанскаго, Доктора медицины при Вѣнскомъ Университетѣ. Пер. Ординаторы Екатерининской больницы Д. Минъ и Циммерманъ. Москва. 1849—57 года 3 тома съ Атласомъ, цѣна 10 р.

Азбука Русскаго слова, съ различными примѣрами для чтенія и изученія наизустъ, съ 27-ю гравир. картинами. М. 1862 г. ц. 50 к.

Тоже, съ крашеными картинами, ц. 75 к.

Скино учителя рисованія и черченія при 1-й Московск. Гимназіи, Тетрадь черченія практической Геометріи, приспособленная къ преподаванію предварительнаго изученія Архитектуры Машиннаго и перспективнаго черченія, съ 92 рисунками и текстомъ. Москва. 1865 года, цѣна 60 к.

Русскій Букварь для обученія чтенію, напечатанный съ изданія Департамента народнаго просвѣщенія. М. 1865 г. ц. 3 к.

Ноеля и Шапсаля, Грамматика Французская. М. 1858 года ц. 50 к.

Юнкена, Ученіе о глазныхъ болѣзняхъ, учебная книга для руководства при преподаваніи и для собственнаго обученія врача, вступающаго въ практику. Перев. съ 2-го умноженнаго изданія, съ приложеніемъ Діагностической таблицы воспаленія глазъ. Изд. Профессоромъ Докторомъ Гильдебрантомъ, 2 тома. М. 1857 г. ц. 4 р.

Малинина, Преподавателя въ 4-й Московской Гимназіи, Руководство прямолинейной Тригонометріи для гимназій. Изд. 2-е. Москва. 1865 г. ц. 60 к.

Генеральная карта Европы, съ обозначеніемъ линій желѣзныхъ дорогъ, путей морскихъ и судоходныхъ. Москва. 1855 г. ц. 1 р.

Луи-Фигье, Картины древняго міра, или земля до потопа съ политипажными рисунками. М. 1866 г. ц. 2 р.

Верна, Путешествіе къ центру земли, съ рисунками первобытныхъ растеній и животныхъ. Изд. Лихачевой и Сувориной. Спб. 1865 года. ц. 1 р. 25.

Альфреда-Фредоль, Морской міръ съ хромолитографированными картинами и политипажными рисунками. М. 1866 г. ц. 3 р.

Сочиненіе И. С. Тургенева 1844—1864 г., новое изданіе, напечатанное за границею, въ 5-ти томахъ. Карлсруэ. 1865 г. ц. 6 р.

Магазинъ Землевѣдѣнія и путешествій, Географическій Сборникъ, издаваемый Н. Фроловымъ, 6 большихъ томовъ съ рисунками картинами и политипажами. М. 1852—60 г. ц. за всѣ 6-ть томовъ 15 р.

Это изданіе можетъ быть пріобрѣтаемо отдѣльно по томамъ, потому что каждый томъ содержитъ въ себѣ отдѣльныя статьи, а именно:

Томъ 1-й Физическіе и историческіе матеріалы землевѣдѣнія, Перевощикова, Спасскаго, Грановскаго, Бабста, Риттера и другихъ съ гравированною картою, четырьмя раскрашенными рисунками и политипажами, большой томъ, ц. 3 р.

Томъ 2-й Воззрѣніе на природу Алекс. Гумбольдта и идеи о сравнительномъ землевѣдѣніи съ 17-ю рисунками; цѣна 3 р.

Томъ 3-й Статьи изъ Математической и Физической Географіи Перевощикова, Араго, Щуровскаго и проч. съ 4 картами, 6-ю рисунками, 44 политипажами; цѣна 3 р.

Томъ 4-й Собраніе Старыхъ и новыхъ путешествій, съ біографіею Фролова, написанною Грановскимъ, портретомъ издателя и 3-мя картами; ц. 3, р.

Томъ 5-й Растенія и животныя тропической Америки, путешествіе Ливингстона по Южной Африкѣ, о физическихъ явленіяхъ на земной поверхности и проч., съ картою и 4-мя рисунками; ц. 3 р.

Томъ 6-й Собраніе старыхъ и новыхъ путешествій: Путешествіе въ Лапландію, путешествіе въ Сибирь и проч., съ портретомъ Кастрена и рисункомъ; цѣна 3 р.

Гартвига, Богъ въ природѣ или единство мірозданія; пер. съ Нѣмецкаго В. Григорьева; большой томъ съ политипажами. М. 1865 г. ц. 2 р.

А. Фонъ Гумбольдта, Космосъ, Опытъ Физическаго Міроописанія; перев. съ Нѣмецкаго Фролова и Вейнберга; 4 тома; ц. 7 р., отдѣльно каждый томъ 2 р.

Гартвига, Человѣкъ на островахъ великаго океана съ хромолитографированными картинами и картою. М. 1865 г. ц. 3 р.

Массе, Исторія кусочка хлѣба, въ письмахъ къ дѣтямъ о жизни человѣка и животныхъ. М. 1865 г. ц. 1 р. 20 к.

Печатаются и въ скоромъ времени выйдутъ.

Григорьева, преподавателя Естественной исторіи въ 1-й Московской Гимназіи, Зоологическій Атласъ, состоящій изъ рисунковъ съ описаніемъ. М. 1866 г.

Скопина и Киневича, Славянская Хрестоматія.

Кюнера, Латинская Грамматика, въ новомъ переводѣ, Кейзера и Кремера— Учителей Московской 4-й Гимназіи.

Гг. иногородные могутъ адресоваться за всѣми книгами, отъ кого-бы то ни было публикованными, въ Москву, къ книгопродавцу **Ѳедору Ивановичу Салаеву**; *всякое требованіе будетъ исполнено съ 1-ю почтою.*

ЦѢНА 80 КОП.